

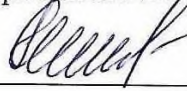
Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Антипова Наталья Викторовна
Должность: и.о. директора филиала
Дата подписания: 29.06.2026 19:39:11
Уникальный программный ключ:
fae5412acb1bf810dc69e6bc004ac45622b84b3a

Приложение 6
к основной профессиональной образовательной программе
по направлению подготовки 09.03.02
Информационные системы и технологии
направленность (профиль) программы
Системы и технологии искусственного интеллекта

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова»**

Улан-Баторский филиал РЭУ им. Г.В. Плеханова



Одобрено
На заседании Совета Улан-Баторского
филиала РЭУ им. Г.В. Плеханова
Протокол № 3 от 23 октября 2025 г.
 Председатель совета
Н.В. Антипова

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по дисциплине Линейная и высшая алгебра

Направление подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность (профиль) программы Системы и технологии искусственного интеллекта

Уровень высшего образования Бакалавриат

Год начала подготовки 2026

Улан-Батор – 2025 г.

Рабочая программа одобрена на заседании междисциплинарной кафедры Улан-Баторского филиала РЭУ им. Г.В. Плеханова

протокол № 3 от 23 октября 2025 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по дисциплине **ЛИНЕЙНАЯ И ВЫСШАЯ АЛГЕБРА**

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ И ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Формируемые компетенции (код и наименование компетенции)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование индикатора)	Результаты обучения (знания, умения)
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;	ОПК-1.1. Применяет полученные знания в области методов математического анализа и моделирования для решения прикладных задач в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. 3-1. Знает основные методы критического анализа и основы системного подхода как общенаучного метода
		ОПК-1.1. У-1. Умеет анализировать задачу, используя основы критического анализа и системного подхода

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Перечень учебных заданий на аудиторных занятиях (темы групповых дискуссий и опросов):

Тема 1. *Введение. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса*

1. Элементарные преобразования систем линейных уравнений.
2. Жордановы преобразования.
3. Метод Гаусса. Общее решение и частное решение системы линейных уравнений..
4. Однородные системы линейных уравнений, число уравнений в которых меньше числа неизвестных.
5. Операции над n -мерными векторами и их свойства.
6. Скалярное произведение n -мерных векторов и его свойства.
7. Длина n -мерного вектора и ее свойства.
8. Угол между n -мерными векторами, коллинеарные и неколлинеарные векторы.

Тема 2. *Определитель. Алгебра матриц.*

1. Произведение матриц. Транспонирование матриц. Обратимая матрица. Невырожденность обратимой матрицы. Обратимость невырожденной матрицы. Отыскание обратной матрицы методом Гаусса.
2. Решение матричных уравнений. Ранг матрицы. Преобразования матрицы, не меняющие ее ранга. Теорема о ранге матрицы. Ранг произведения матриц.
3. Определители матриц n -го порядка. Свойства определителя матрицы. Критерий равенства нулю определителя матрицы.
4. Определитель произведения матриц. Теорема Крамера..
5. Линейная модель производства. Формулировка задачи о межотраслевом балансе и ее решение.

Тема 3. *Линейные пространства*

1. Линейное пространство как основной объект изучения курса линейной алгебре. Аксиоматика линейного пространства.
2. Пространство n -мерных точек R^n . Векторы в пространстве R^n . Умножение вектора на число и сложение векторов.
3. Правило треугольника. Скалярное произведение векторов.
4. Расстояние между точками. Угол между векторами. Критерий равенства n -мерных векторов. Коллинеарные и пропорциональные векторы.

Тема 4. *Ранг матрицы и структура СЛУ.*

5. Произведение матриц. Транспонирование матриц. Обратимая матрица. Невырожденность обратимой матрицы. Обратимость невырожденной матрицы. Отыскание обратной матрицы методом Гаусса.
6. Решение матричных уравнений. Ранг матрицы. Преобразования матрицы, не меняющие ее ранга. Теорема о ранге матрицы. Ранг произведения матриц.

7. Определители матриц n -го порядка. Свойства определителя матрицы. Критерий равенства нулю определителя матрицы.
8. Определитель произведения матриц. Теорема Крамера..
9. Линейная модель производства. Формулировка задачи о межотраслевом балансе и ее решение.

Тема 5. Линейные операторы. Квадратичные формы.

1. Понятие линейного оператора
2. Критерий Сильвестра знакоопределённости квадратичных форм

Тема 6. Основы линейного программирования

1. Задачи математического и линейного программирования.
2. Математическая модель задачи использования ресурсов.
3. Каноническая форма задачи линейного программирования. Приведение общей задачи линейного программирования к канонической форме.
4. Алгоритм решения задачи линейного программирования с двумя переменными графическим методом.
5. Алгоритм решения задачи линейного программирования с n переменными графическим методом.

Задания для текущего контроля.

Комплект заданий для контрольной работы № 1

Индикаторы достижения: ОПК-1.1.

Темы: Введение. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Определитель. Алгебра матриц.

Используя метод Жордана–Гаусса, исследовать совместность системы уравнений и, если она совместна, то найти ее решение. Если система неопределенная, то найти два общих и соответствующие им базисные решения.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 6x_4 + 10x_5 = 13, \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 11x_4 + 17x_5 = 25, \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 12x_4 + 20x_5 = 25. \end{cases}$$

2. Найти ранг и базис системы векторов, перейти к новому базису. Записать разложения векторов по найденным базисам.

$$\begin{matrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

3. Для данной системы уравнений найти фундаментальный набор решений соответствующей ей однородной системы уравнений, и записать в векторном виде общее решение.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_5 + 2x_6 = -4, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 + 8x_5 + 6x_6 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 5x_5 + 6x_6 = 2, \\ \quad + 4x_2 - 6x_3 - 2x_4 - 2x_5 + 2x_6 = -10. \end{cases}$$

4. Решить матричные уравнения, используя обратную матрицу:

Уравнение имеет вид $X \cdot A = B$	Уравнение имеет вид $A \cdot X = B$
1. $A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 4 \\ 2 & 7 & 3 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$	2. $A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 3 \\ 5 & -4 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций ОПК-1.1 на 100%;
- 9 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций ОПК-1.1 не менее чем на 90%;
- 8 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций ОПК-1.1 не менее чем на 75%;
- 7 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций ОПК-1.1 не менее чем на 65%;
- 6 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций ОПК-1.1 не менее чем на 50%;
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций ОПК-1.1 менее чем на 50%.

Комплект заданий для контрольной работы № 2

Индикаторы достижения: ОПК-1.1.

Темы: Основы линейного программирования

Решить графическим методом ЗЛП:	$Z(x) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 - 3x_2 \geq -9 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$
Решить транспортную задачу: вектор запасов $A=(30,40,90)$; вектор запросов $B=(40,20,30,60)$ и матрица стоимостей: $C =$	$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 1 & 5 \\ 7 & 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций ОПК-1.1 на 100%;
- 9 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций ОПК-1.1 не менее чем на 90%;
- 8 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций ОПК-1.1 не менее чем на 75%;
- 7 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций ОПК-1.1 не менее чем на 65%;
- 6 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций ОПК-1.1 не менее чем на 50%;
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций ОПК-1.1 менее чем на 50%.

Задания для творческого рейтинга**Темы индивидуальных проектов****Индикаторы достижения: ОПК-1.1.**

Линейные пространства	Расчетно-аналитическая работа
Квадратичные формы	Расчетно-аналитическая работа

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций ОПК-1.1 на 100%;
- 9 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций ОПК-1.1 не менее чем на 90%;
- 8 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций ОПК-1.1 не менее чем на 75%;
- 7 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций ОПК-1.1 не менее чем на 65%;
- 6 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций ОПК-1.1 не менее чем на 50%;
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций ОПК-1.1 менее чем на 50%.

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ ВО ВРЕМЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Структура экзаменационного билета

<i>Наименование оценочного средства</i>	<i>Максимальное количество баллов</i>
<i>Вопрос 1</i>	8
<i>Практическое задание (расчетно-аналитическое) 1</i>	8
<i>Практическое задание (расчетно-аналитическое) 2</i>	8
<i>Практическое задание (расчетно-аналитическое) 3</i>	8
<i>Практическое задание (расчетно-аналитическое) 4</i>	8

Задания, включаемые в экзамен

Типовой перечень вопросов к экзамену:

Вопросы к экзамену

1. Классификация систем линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений.
2. Метод Гаусса. Общее решение и частное решение системы линейных уравнений.
3. Операции над n -мерными векторами и их свойства.
4. Скалярное произведение n -мерных векторов и его свойства.
5. Матрицы. Операции над матрицами. Свойства.
6. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителя.
7. Разложение вектора по системе векторов, векторная форма записи системы линейных уравнений.
8. Линейно зависимые и независимые системы векторов и их свойства.
9. Базис и ранг системы векторов, построение базиса системы векторов.
10. Линейное пространство. Определение. Примеры.
11. Базис линейного пространства. Координаты вектора. Преобразование координат при переходе к новому базису.
12. Общее решение системы линейных уравнений в векторной форме.
13. Линейный оператор. Свойства. Матрица линейного оператора.
14. Собственные значения и собственные числа линейного оператора.
15. Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы. Канонический вид матрицы квадратичной формы.
16. Критерий Сильвестра. Закон инерции квадратичных форм.
17. Задачи математического и линейного программирования.
18. Математическая модель задачи использования ресурсов.
19. Каноническая форма задачи линейного программирования. Приведение общей задачи линейного программирования к канонической форме.
20. Алгоритм решения задачи линейного программирования с двумя переменными графическим методом.
21. Алгоритм симплексного метода.

22. Формулировка транспортной задачи.
23. Математическая модель транспортной задачи.
24. Опорное решение транспортной задачи, циклы. Теорема о взаимосвязи линейной зависимости векторов условий с циклами. Метод вычеркивания.
25. Метод северо-западного угла и метод минимальной стоимости для построения начального опорного решения транспортной задачи.
26. Переход от одного опорного решения транспортной задачи к другому.

Типовые расчетно-аналитические задания/задачи:

1. Систему векторов
 $\alpha_1 = (0, -1, 2, 0), \alpha_2 = (0, 4, -8, -2), \alpha_3 = (1, 2, -3, 5), \alpha_4 = (2, 3, -4, 4), \alpha_5 = (1, 2, -3, 3)$
 преобразовать методом Гаусса в квазидиагональную.
2. Выяснить, будут ли подобны системы векторов $\varepsilon_4, \varepsilon_3, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ и $\varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_1, \varepsilon_4$?
3. Выяснить, разлагается ли вектор β по системе векторов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$:
 $\beta = (5, 1, 5, 3), \alpha_1 = (3, 1, 2, 2), \alpha_2 = (7, 2, 1, 3), \alpha_3 = (-5, -2, -1, -3), \alpha_4 = (11, 3, 3, 5)$
4. Выяснить, является ли система векторов
 $\alpha_1 = (0, 1, 1, 0), \alpha_2 = (1, 1, 3, 1), \alpha_3 = (1, 3, 5, 1), \alpha_4 = (0, 1, 1, -2)$
 линейно зависимой или линейно независимой:
5. Найти базис системы векторов $\alpha_1 = (1, 2, 1), \alpha_2 = (2, 1, 3), \alpha_3 = (1, 5, 0), \alpha_4 = (2, -2, 4)$
 и векторы, не входящие в базис, разложить по базису.
6. Решите систему линейных уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 10x_3 = -4, \\ 3x_1 - 2x_2 - 8x_3 = 9. \end{cases}$$
7. Решите матричное уравнение относительно неизвестной матрицы X :

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -9 & 5 \end{pmatrix} \cdot X + 2 \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$
8. Найдите ранг матрицы следующей совместной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} 8x_1 - 11x_2 + 4x_3 + 12x_4 = 59, \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 19, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ -10x_1 + 23x_2 - 9x_3 - 19x_4 = -99. \end{cases}$$
9. Чему равен ранг расширенной матрицы этой системы (на основании теоремы Кронекера-Капелли)?
10. Решите задачу линейного программирования с двумя переменными графическим методом и симплексным методом:

$$Z(X) = 3x_1 - 2x_2 \rightarrow \min, \begin{cases} \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{5} \leq 1, \\ \frac{x_1}{5} + \frac{x_2}{2} \leq 1, \end{cases} \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Показатели и критерии оценивания планируемых результатов освоения компетенций и результатов обучения, шкала оценивания

Шкала оценивания		Формируемые компетенции	Индикатор достижения компетенции	Критерии оценивания	Уровень освоения компетенций
85 – 100 баллов	«отлично»/ «зачтено»	ОПК-1	ОПК-1.1	Знает верно и в полном объеме: основные теоретические положения и методы математических и естественных наук; основные математические методы решения задач профессиональной деятельности Владеет верно и в полном объеме: математической культурой проведения строгих рассуждений и построения доказательств Умеет верно и в полном объеме: осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Продвинутый
70 – 84 баллов	«хорошо»/ «зачтено»	ОПК-1	ОПК-1.1	Знает с незначительными замечаниями: основные теоретические положения и методы математических и естественных наук; основные математические методы решения задач профессиональной деятельности Владеет с незначительными замечаниями: математической культурой проведения строгих рассуждений и построения доказательств Умеет с незначительными замечаниями: осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Повышенный
50 – 69 баллов	«удовлетворительно»/ «зачтено»	ОПК-1	ОПК-1.1	Знает на базовом уровне, с ошибками: основные теоретические положения и методы математических и естественных наук; основные математические методы решения задач профессиональной деятельности	Базовый

				Владеет на базовом уровне, с ошибками: математической культурой проведения строгих рассуждений и построения доказательств Умеет на базовом уровне, с ошибками: осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	
менее 50 баллов	«неудовлетворительно»/ «не зачтено»	ОПК-1	ОПК-1.1	Не знает на базовом уровне: основные теоретические положения и методы математических и естественных наук; основные математические методы решения задач профессиональной деятельности Не владеет на базовом уровне: математической культурой проведения строгих рассуждений и построения доказательств Не умеет на базовом уровне: осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Компетенции не сформированы