

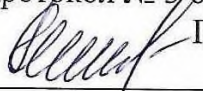
Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Антипова Наталья Викторовна
Должность: и.о. директора филиала
Дата подписания: 29.06.2026 19:39:11
Уникальный программный ключ:
fae5412acb1bf810dc69e6bc004ac45622b84b3a

Приложение 6
к основной профессиональной образовательной программе
по направлению подготовки 09.03.02
Информационные системы и технологии
направленность (профиль) программы
Системы и технологии искусственного интеллекта

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова»**

Улан-Баторский филиал РЭУ им. Г.В. Плеханова



Одобрено
На заседании Совета Улан-Баторского
филиала РЭУ им. Г.В. Плеханова
Протокол № 3 от 23 октября 2025 г.

Председатель совета
Н.В. Антипова

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по дисциплине Дифференциальные и разностные уравнения

Направление подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность (профиль) программы Системы и технологии искусственного интеллекта

Уровень высшего образования Бакалавриат

Год начала подготовки 2026

Улан-Батор – 2025 г.

Рабочая программа одобрена на заседании междисциплинарной кафедры Улан-Баторского филиала РЭУ им. Г.В. Плеханова

протокол № 3 от 23 октября 2025 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по дисциплине **Дифференциальные и разностные уравнения**

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ И ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ ПО

Формируемые компетенции (код и наименование компетенции)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование индикатора)	Результаты обучения (знания, умения)	Наименование контролируемых разделов и тем
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Применяет полученные знания в области методов математического анализа и моделирования для решения прикладных задач в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. 3-1. Знает основные методы математического анализа и моделирования для решения прикладных задач в профессиональной деятельности. ОПК-1.1. У-1. Умеет применять методы математического анализа и моделирования для решения прикладных задач в профессиональной деятельности.	Тема 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) первого порядка Тема 2. ОДУ высших порядков, допускающие понижение порядка Тема 3. Линейные ОДУ высших порядков Тема 4. Системы линейных ОДУ с постоянными коэффициентами Тема 5. Устойчивость решений. Фазовый портрет линейных и нелинейных систем Тема 6. Простейшие разностные уравнения (РУ) и РУ первого и второго порядков Тема 7. Линейные РУ с постоянными коэффициентами высших порядков

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Перечень учебных заданий на аудиторных занятиях (темы групповых дискуссий и опросов):

Тема 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) первого порядка

1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Определение. Порядок дифференциального уравнения. Решение дифференциального уравнения. Интегральные кривые. Изоклины.
2. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
3. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Однородные уравнения.
5. Линейные однородные и неоднородные уравнения первого порядка. Свойства решений линейных однородных уравнений.
6. Методы решения линейных неоднородных уравнений.

7. Уравнение Бернулли.
8. Уравнение в полных дифференциалах.
9. Уравнения, не разрешенные относительно первой производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.

Тема 2. ОДУ высших порядков, допускающие понижение порядка

1. Дифференциальные уравнения n -ого порядка. Основные определения.
2. Задача Коши для дифференциальных уравнений n -ого порядка.
3. Уравнения, допускающие понижение порядка. Методы понижения порядка для различных уравнений.

Тема 3. Линейные ОДУ высших порядков

1. Линейно зависимые и независимые функции. Определитель Вронского.
2. Фундаментальная система решений л.д.у.
3. Линейные однородные дифференциальные уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Вид общего решения для различных типов корней характеристического уравнения.
4. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n -ого порядка. Структура общего решения.
5. Метод вариации произвольных постоянных.
6. Структура частного решения для линейного неоднородного дифференциального уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

Тема 4. Системы линейных ОДУ с постоянными коэффициентами

1. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные определения.
2. Задача Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
3. Сведение нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений к дифференциальному уравнению n -ого порядка (метод исключения).
4. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Характеристическое уравнение для матрицы системы. Вид общего решения для различных типов корней характеристического уравнения.
5. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Тема 5. Устойчивость решений. Фазовый портрет линейных и нелинейных систем

1. Понятие устойчивости по Ляпунову и асимптотической устойчивости решений дифференциальных уравнений и систем.
2. Теорема Ляпунова.
3. Критерий Рауса-Гурвица. Условие Ляенара-Шипара.
4. Классификация особых точек (положений равновесия) линейных систем дифференциальных уравнений на плоскости.
5. Фазовый портрет.

Тема 6. Простейшие разностные уравнения (РУ) и РУ первого и второго порядков

1. Конечная разность функции. Порядок конечной разности.
2. Сетка. Сеточная функция.

3. Разностные уравнения. Основные определения. Порядок разностного уравнения.
4. Разностные уравнения 1-го порядка. Метод решения.
5. Линейные разностные уравнения 1-го порядка. Метод решения.

Тема 7. Линейные РУ с постоянными коэффициентами высших порядков

1. Линейные однородные разностные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
2. Построение фундаментальной системы решений уравнения по корням характеристического уравнения.
3. Линейные неоднородные разностные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
4. Построение частного решения уравнения.

Задания для текущего контроля.

Комплект заданий для контрольной работы № 1

Индикаторы достижения: ОПК-1.1

Тема: Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) первого порядка.

Вариант 1

1. Решить уравнение $(\sqrt{xy} - \sqrt{x})dx + (\sqrt{xy} + \sqrt{y})dy = 0$
2. Решить однородное дифференциальное уравнение $x \sin \frac{y}{x} y' + x = y \sin \frac{y}{x}$.
3. Решить линейное дифференциальное уравнение $xy' + y - e^x = 0$.
4. Решить уравнение Бернулли $y - y' \cos x = y^2 \cos x (1 - \sin x)$
5. Решить уравнение в полных дифференциалах $\frac{xdy}{x^2+y^2} = \left(\frac{y}{x^2+y^2} - 1 \right) dx$.

Вариант 2

1. Решить уравнение $(\sqrt{1-y^2})dx + y(\sqrt{1-x^2})dy = 0$
2. Решить однородное дифференциальное уравнение $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$.
3. Решить линейное дифференциальное уравнение $y' + 2xy = xe^{-x^2}$.
4. Решить уравнение Бернулли $y' + \frac{y}{x+1} + y^2 = 0$.
5. Решить уравнение в полных дифференциалах $e^y dx + (xe^y - 2y)dy = 0$.

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций УК-1.1, УК-2.1 на 100%;
- 9 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций УК-1.1, УК-2.1 не менее чем на 90%;
- 8 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций УК-1.1, УК-2.1 не менее чем на 75%;

- 7 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций УК-1.1, УК-2.1 не менее чем на 65%;
- 6 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций УК-1.1, УК-2.1 не менее чем на 50%;
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций УК-1.1, УК-2.1 менее чем на 50%.

Комплект заданий для контрольной работы № 2

Индикаторы достижения: ОПК-1.1

Темы: Линейные ОДУ высших порядков. Простейшие разностные уравнения (РУ) и РУ первого и второго порядков. Линейные РУ с постоянными коэффициентами высших порядков.

Вариант 1

1. Решите задачу Коши $y'' - 4y' + 3y = 0, y(1) = 1, y'(1) = 2$.
2. Решите уравнение $y''' - 2y' - 4y = 75 \sin x$.
3. Определить порядок разностного уравнения
 $3\Delta^3 u(x) + \Delta^2 u(x) - 2\Delta u(x) - 4u(x) = 0$.
4. Решите уравнение $u(x+2) - 2u(x+1) + 5u(x) = 4(1+x)$.
5. Решите уравнение
 $u(x+1) - (x+1)u(x) = 0$.

Вариант 2

1. Решите задачу Коши $y'' - y' + 2y = 0, y(2) = 3, y'(2) = 6$.
2. Решите уравнение $y'' + 4y' - 5y = x$.
3. Определить порядок разностного уравнения
 $4\Delta^4 u(x) - 11\Delta^3 u(x) + \Delta^2 u(x) + 15\Delta u(x) - u(x) = 0$.
4. Решите уравнение
 $u(x+4) - 7u(x+3) + 13u(x+2) + 3u(x+1) - 18u(x) = 0$.
5. Решите уравнение
 $u(x+1) = 2u(x) + 1$.

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций УК-1.1, УК-2.1 на 100%;
- 9 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций УК-1.1, УК-2.1 не менее чем на 90%;
- 8 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций УК-1.1, УК-2.1 не менее чем на 75%;
- 7 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций УК-1.1, УК-2.1 не менее чем на 65%;

- 6 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций УК-1.1, УК-2.1 не менее чем на 50%;
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций УК-1.1, УК-2.1 менее чем на 50%.

Задания для творческого рейтинга

Темы индивидуальных проектов

Индикаторы достижения: ОПК-1.1

1. Решение систем дифференциальных уравнений методом исключения.
2. Решение систем линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами методом Эйлера.
3. Решение систем линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
4. Решение систем линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом вариации постоянных.
5. Исследование положения равновесия линейной однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
6. Построение фазового портрета динамической системы.

Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций УК-1.1, УК-2.1 на 100%;
- 9 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций УК-1.1, УК-2.1 не менее чем на 90%;
- 8 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций УК-1.1, УК-2.1 не менее чем на 75%;
- 7 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций УК-1.1, УК-2.1 не менее чем на 65%;
- 6 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций УК-1.1, УК-2.1 не менее чем на 50%;
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если он соответствует индикаторам достижения компетенций УК-1.1, УК-2.1 менее чем на 50%.

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ ВО ВРЕМЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Структура экзаменационного билета

<i>Наименование оценочного средства</i>	<i>Максимальное количество баллов</i>
<i>Вопрос 1</i>	<i>10</i>
<i>Вопрос 2</i>	<i>10</i>
<i>Практическое задание (расчетно-аналитическое) 1</i>	<i>10</i>

Задания, включаемые в экзаменационный билет

Типовой перечень вопросов к экзамену:

1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Определение. Порядок дифференциального уравнения. Решение дифференциального уравнения. Интегральные кривые. Изоклины.
2. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
3. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Однородные уравнения.
5. Линейные однородные и неоднородные уравнения первого порядка. Свойства решений линейных однородных уравнений.
6. Методы решения линейных неоднородных уравнений.
7. Уравнение Бернулли.
8. Уравнение в полных дифференциалах.
9. Уравнения, не разрешенные относительно первой производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.
10. Задача Коши для дифференциальных уравнений n -ого порядка.
11. Дифференциальные уравнения n -ого порядка, допускающие понижение порядка.
12. Линейно зависимые и независимые функции. Определитель Вронского.
13. Линейные однородные дифференциальные уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Вид общего решения для различных типов корней характеристического уравнения.
14. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n -ого порядка. Структура общего решения.
15. Метод вариации произвольных постоянных.
16. Структура частного решения для линейного неоднородного дифференциального уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
17. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные определения.
18. Задача Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
19. Сведение нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений к дифференциальному уравнению n -ого порядка (метод исключения).
20. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Характеристическое уравнение для матрицы системы. Вид общего решения для различных типов корней характеристического уравнения.
21. Понятие устойчивости по Ляпунову и асимптотической устойчивости решений дифференциальных уравнений и систем. Теорема Ляпунова.
22. Критерий Рауса-Гурвица. Условие Лъенара-Шипара.
23. Классификация особых точек (положений равновесия) линейных систем дифференциальных уравнений на плоскости.
24. Конечная разность функции. Порядок конечной разности.
25. Разностные уравнения. Основные определения. Порядок разностного уравнения. Линейные разностные уравнения 1-го порядка. Методы решения.
26. Линейные однородные и неоднородные разностные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Построение фундаментальной системы решений уравнения по корням характеристического уравнения. Построение частного решения уравнения.

Типовые расчетно-аналитические задания/задачи:

1. Решить уравнение: $\sqrt{9-y^2} dx - 4dy = x^2 dy$.
2. Решить уравнение: $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2 y^{\frac{4}{3}}$
3. Решить уравнение: $e^{-y} dx - (2y + xe^{-y}) dy = 0$.
4. Решить задачу Коши: $y' = \frac{2(x-1)^3}{y}, \quad y(0) = 1$.
5. Решить задачу Коши: $y' \sin x - y \cos x = 3, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$.
6. Решить уравнение: $y''' - y'' - 6y' = 6x + 2$.
7. Решить систему уравнений методом Эйлера: $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y, \\ \dot{y} = 4x - 3y. \end{cases}$
8. Решить систему уравнений методом подстановки: $\begin{cases} \dot{x} = -7x + 3y, \\ \dot{y} = -x - 3y. \end{cases}$
9. Решить систему уравнений: $\begin{cases} \dot{x} = x + z - y, \\ \dot{y} = x + y - z, \\ \dot{z} = 2x - y. \end{cases}$
10. Решить систему уравнений: $\begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y + 4e^{5t}, \\ \dot{y} = x + 2y. \end{cases}$
11. Исследовать особые точки системы уравнений: $\begin{cases} \dot{x} = x + 3y, \\ \dot{y} = -6x - 5y. \end{cases}$
Начертить траектории (интегральные кривые на плоскости) в окрестности особых точек.
12. Составить разностную схему для уравнения $y' - 2y = x$.
13. Решить уравнение: $u(x+2) - 4u(x+1) + 4u(x) = 16(x+2)(-2)^x$
14. Решить уравнение: $u(x+2) + 2u(x+1) - 3u(x) = 8x + 2$

Показатели и критерии оценивания планируемых результатов освоения компетенций и результатов обучения, шкала оценивания

Шкала оценивания		Формируемые компетенции	Индикатор достижения компетенции	Критерии оценивания	Уровень освоения компетенций
85 – 100 баллов	«отлично»/ «зачтено»	ОПК-1	ОПК-1.1	Знает верно и в полном объеме: основные методы критического анализа и основы системного подхода как общенаучного метода; основные принципы и концепции в области целеполагания и принятия решений; методы генерирования альтернатив решений и приведения их к сопоставимому виду для	Продвинутый

				выбора оптимального решения; природу данных, необходимых для решения поставленных задач. Умеет верно и в полном объеме: анализировать задачу, используя основы критического анализа и системного подхода; осуществлять поиск необходимой для решения поставленной задачи информации, критически оценивая надежность различных источников информации; системно анализировать поставленные цели, формулировать задачи и предлагать обоснованные решения; критически оценивать информацию о предметной области принятия решений; использовать инструментальные средства для разработки и принятия решений.	
70 – 84 баллов	«хорошо»/ «зачтено»	ОПК-1	ОПК-1.1	Знает с незначительными замечаниями: основные методы критического анализа и основы системного подхода как общенаучного метода; основные принципы и концепции в области целеполагания и принятия решений; методы генерирования альтернатив решений и приведения их к сопоставимому виду для выбора оптимального решения; природу данных, необходимых для решения поставленных задач. Умеет с незначительными замечаниями: анализировать задачу, используя основы критического анализа и системного подхода; осуществлять поиск необходимой для решения поставленной задачи информации, критически оценивая надежность различных источников информации; системно анализировать поставленные цели, формулировать задачи и предлагать обоснованные решения; критически оценивать информацию о предметной области принятия решений; использовать инструментальные средства для разработки и принятия решений.	Повышенный
50 – 69 баллов	«удовлетворительно»/ «зачтено»	ОПК-1	ОПК-1.1	Знает на базовом уровне, с ошибками: основные методы критического анализа и основы системного подхода как общенаучного метода; основные принципы и концепции в области целеполагания и принятия решений; методы генерирования альтернатив решений и приведения их к сопоставимому виду для выбора оптимального решения; природу данных, необходимых для решения поставленных задач. Умеет на базовом уровне, с ошибками: анализировать задачу, используя основы критического анализа и системного подхода; осуществлять поиск необходимой для решения поставленной задачи информации, критически оценивая надежность различных источников информации; системно анализировать поставленные цели, формулировать задачи и предлагать обоснованные решения; критически оценивать информацию о предметной области принятия решений; использовать инструментальные средства для разработки и принятия решений.	Базовый

менее 50 баллов	«неудовлетворительно»/ «не зачтено»	ОПК-1	ОПК-1.1	Не знает на базовом уровне: основные методы критического анализа и основы системного подхода как общенаучного метода; основные принципы и концепции в области целеполагания и принятия решений; методы генерирования альтернатив решений и приведения их к сопоставимому виду для выбора оптимального решения; природу данных, необходимых для решения поставленных задач. Не умеет на базовом уровне: анализировать задачу, используя основы критического анализа и системного подхода; осуществлять поиск необходимой для решения поставленной задачи информации, критически оценивая надежность различных источников информации; системно анализировать поставленные цели, формулировать задачи и предлагать обоснованные решения; критически оценивать информацию о предметной области принятия решений; использовать инструментальные средства для разработки и принятия решений.	Компетенции не сформированы
-----------------------	--	-------	---------	--	-----------------------------