

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Антипова Наталья Викторовна
Должность: и.о. директора филиала
Дата подписания: 06.03.2024 11:20:57
Уникальный программный ключ:
fae5412acb1bf810dc69e6bc004ac45622b84b3a

*Приложение 3
к основной профессиональной образовательной программе
по направлению 38.03.01 «Экономика»
направленность (профиль) программы «Финансы и кредит»*

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**федеральное государственное бюджетное общеобразовательное
учреждение высшего образования
«Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова»**

Улан-Баторский филиал РЭУ им. Г.В. Плеханова

Утверждена
На заседании Ученого совета
ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г.В. Плеханова»
Протокол № 13 от 25 июня 2019 г



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.05.02 Линейная алгебра

Направление подготовки: 38.03.01 Экономика

Направленность (профиль) программы - для всех профилей

Уровень высшего образования: Бакалавриат

Программа подготовки: Академический бакалавриат

Улан-Батор – 2019 г.

Рецензенты: 1. Заведующий кафедрой «Ценных бумаг и биржевого дела»
ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г. В. Плеханова» д. э. н.,
профессор Галанов В.А.
2. Заведующий кафедрой «Высшей математики» ЧОУ ВПО МБИ к. ф - м. н.,
профессор Анисимова Н. Т.

Рабочая программа учебной дисциплины «Линейная алгебра» содержит краткое описание разделов данной дисциплины, к которым относятся: операции над матрицами, определители матриц и их свойства, системы линейных уравнений и векторов, квадратичные формы, методы решения задач линейного программирования, элементы теории двойственности в линейном программировании.

Дисциплина относится к базовой части блока Б1.

Рабочая программа составлена на основании ФГОС В О по направлению 38.03.01
«Экономика».

Составители:



Чуйко А. С. канд. физ. - мат. наук,
профессор кафедры Высшей математики,
Шершнев В.Г. канд. тех. наук,
профессор кафедры Высшей математики

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры высшей математики, протокол № 6 от
9 февраля 2016 г.

Заведующий кафедрой



Татарников О.В. доктор технических наук,
профессор

Содержание

I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ	4
II. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	6
III. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ	10
IV. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ, ИНФОРМАЦИОННОЕ И МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	10
V. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	18
VI. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ	19
VII. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	22
VIII. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ	22
ПРИЛОЖЕНИЕ I	27

I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Цель дисциплины

Целью учебной дисциплины ««Линейная алгебра»» является:

1. научить студентов современным методам линейной алгебры, применяемым при анализе экономических процессов;
2. сформировать и развить у студентов навыки применения количественных методов при решении экономических задач, а также навыки самостоятельной работы с учебной литературой.

Учебные задачи дисциплины

Задачами дисциплины являются:

1. Ознакомить студентов с основами линейной алгебры
2. Овладеть навыками использования методов линейной алгебры и линейной оптимизации для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса
3. Совершенствовать логическое и аналитическое мышление студентов

Место дисциплины в структуре ОПОП ВО (основной профессиональной образовательной программы высшего образования)

Дисциплина ««Линейная алгебра»», относится к *базовой части* учебного плана

Объем дисциплины и виды учебной работы

Показатели объема дисциплины	Всего часов по формам обучения		
	очная	очно-заочная	заочная
Объем дисциплины в зачетных единицах	4 ЗЕТ		
Объем дисциплины в часах	144		
Контактная работа обучающихся с преподавателем (Контакт. часы), всего:	56	-	-
1. Аудиторная работа (Ауд.), всего:	52	-	-
в том числе:			
• лекции	24	-	-
• лабораторные занятия	-	-	-
• практические занятия	28	-	-
2. Электронное обучение (Элек.) (для ФДО при наличии в учебном плане)	-	-	-
3. Индивидуальные консультации (ИК) (заполняется при наличии по дисциплине курсовых работ/проектов)	-	-	-
4. Контактная работа по промежуточной аттестации (Катт) (заполняется при наличии по дисциплине курсовых работ/проектов)	-	-	-
5. Консультация перед экзаменом (КЭ)	2	-	-
6. Контактная работа по промежуточной аттестации в период экз. сессии / сессии заочников (Каттэк)	2	-	-
Самостоятельная работа, всего:	88	-	-
в том числе:			
• самостоятельная работа в семестре (СР)	56	-	-
• самостоятельная работа в период экз. сессии (Контроль)	32	-	-

*Распределение контактных часов, осуществляется факультетом, реализующим образовательную программу по направлению 38.03.01 «Экономика» по соответствующей форме обучения (очно-заочная, заочная)

Для успешного освоения дисциплины «Линейная алгебра», студент должен:

1. Знать математику в объеме курса современной общеобразовательной средней школы, базовый уровень которой задается ЕГЭ.
2. Уметь выстраивать аргументацию при доказательстве, распознавать логически некорректные суждения, решать задачи, используя действия над числами, интерпретировать и оценивать результаты вычислений.
3. Владеть навыками расчета по формулам, поиска зависимости между величинами с помощью формул, владения математической символикой в объеме средней школы.

Изучение дисциплины «Линейная алгебра» необходимо для дальнейшего изучения таких дисциплин, как: «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Эконометрика», «Теория статистики», «Экономический анализ».

Требования к результатам освоения содержания дисциплины (Планируемые результаты обучения по дисциплине)

В результате освоения дисциплины студент должен обладать следующими компетенциями:

ОПК-3 – способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.

В результате освоения компетенции **ОПК-3** студент должен:

1. **Знать:** инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей.
2. **Уметь:** проанализировать результаты расчетов по математическим моделям и обосновать полученные выводы. .
3. **Владеть:** навыками сведения экономических проблем к математическим моделям и методами их анализа.

Вид деятельности: расчетно-экономическая

ПК-1 - способностью собрать и проанализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов.

В результате освоения компетенции **ПК-1** студент должен:

1. **Знать:** методы сбора, анализа, обработки и интерпретации данных для решения экономических задач.
2. **Уметь:** *собрать и проанализировать* исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов.
3. **Владеть:** навыками анализа, восприятия и интерпретации информации в результате решения поставленных задач.

Формы контроля

Текущий и рубежный контроль осуществляется лектором и преподавателем, ведущим практические занятия, в соответствии с тематическим планом.

Промежуточная аттестация во 2 семестре – экзамен

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации формируют рейтинговую оценку работы обучающегося. Распределение баллов при формировании рейтинговой оценки работы студента осуществляется в соответствии с «Положением о рейтинговой системе оценки успеваемости и качества знаний студентов в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова». Распределение баллов по отдельным видам работ в процессе освоения дисциплины «Линейная алгебра» осуществляется в соответствии с разделом VIII.

II. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

и описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (темы)	Содержание	Формируемые компетенции	Результаты освоения (знать, уметь, владеть, понимать)	Образовательные технологии
<i>Раздел 1 «Основы линейной алгебры».</i>					
1.	Тема 1 Введение. Векторы и матрицы как объекты линейного пространства.	Предмет, метод, задачи курса. Линейное пространство как основной объект изучения курса линейной алгебре. Аксиоматика линейного пространства. Пространство n -мерных точек R^n . Векторы в пространстве R^n . Умножение вектора на число и сложение векторов. Правило треугольника. Скалярное произведение векторов. Расстояние между точками. Угол между векторами. Критерий равенства n -мерных векторов. Коллинеарные и пропорциональные векторы. Понятие матрицы. Прямоугольные матрицы. Сложение матриц и умножение матрицы на число. Умножение вектора и матрицы. Произведение матриц	ОПК-3 ПК-1	Знать: предмет и объект изучения линейной алгебры как науки, основные операции с векторами и матрицами как объектами линейного пространства Уметь: решать основные задачи с векторами, выполнять элементарные действия над матрицами. Владеть: основными понятиями, связанными с линейным пространством, векторами и матрицами	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, самостоятельная работа с литературой, творческое задание по примерам линейного пространства, консультации преподавателей
2.	Тема 2. Системы линейных уравнений	Линейное уравнение с n неизвестными. Формы записи системы линейных уравнений. Базисные и свободные неизвестные. Разрешенные системы линейных уравнений. Общее решение системы линейных уравнений. Частное и базисное решение системы линейных уравнений. Равносильные системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Теорема о решении однородной системы линейных уравнений.	ОПК-3 ПК-1	Знать: Основные определения темы, метод Гаусса. Уметь: решать системы линейных уравнений. Владеть: жордановыми преобразованиями системы и приведением системы к разрешенному виду и понятиями теории системы:	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, самостоятельная работа с литературой, консультации преподавателей, расчетно-аналитические задания,
3.	Тема 3. Системы n -мерных векторов.	Определение и свойства линейно зависимых и линейно независимых систем векторов. Разложение вектора по линейно независимой системе векторов. Теорема Штейница Максимальная линейно независимая часть и базис системы векторов. Отыскание базиса системы векторов методом Гаусса. Определение и свойства ранга системы векторов. Основная теорема о ранге системы векторов. Критерий разложения вектора по системе векторов (в терминах ранга системы векторов). Диагональная и квазидиагональная системы векторов. Линейные комбинации векторов и разложение вектора по системе векторов. Критерий разложения вектора по системе векторов в терминах	ОПК-3 ПК-1	Знать: Основные определения темы, свойства и характеристики систем векторов. Уметь: определять является ли система векторов линейно зависимой или линейно независимой, находить базис и ранг системы векторов. Владеть: основными понятиями теории системы векторов, методикой решения методом Гаусса основных задач темы	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, самостоятельная работа с литературой, консультации преподавателей, расчетно-аналитические задания, обсуждение и защита

		метода Гаусса.			индивидуального задания
4.	Тема 4. Общая теория систем линейных уравнений	Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальный набор решений (ФНР). Общее решение неоднородной системы линейных уравнений в векторной форме.	ОПК-3 ПК-1	Знать: определения темы Уметь: находить общее решение системы уравнений в векторной форме Владеть: основными понятиями теории систем линейных уравнений	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, расчетно-аналитические задания, самостоятельная работа с литературой, консультации преподавателей
5.	Тема 5. Обратная матрица. Матричные уравнения.	Произведение матриц. Транспонирование матриц. Обратимая матрица. Невырожденность обратимой матрицы. Обратимость невырожденной матрицы. Отыскание обратной матрицы методом Гаусса. Решение матричных уравнений. Ранг матрицы. Преобразования матрицы, не меняющие ее ранга. Теорема о ранге матрицы. Ранг произведения матриц.	ОПК-3 ПК-1	Знать: определения темы. Уметь: находить обратную матрицу и решать матричные уравнения Владеть: навыком нахождения обратной матрицы с помощью метода Жордана-Гаусса	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, расчетно-аналитические задания, самостоятельная работа с литературой, консультации преподавателей
6	Тема 6. Определители матриц. Теорема Крамера	Определители матриц n-го порядка. Вычисление определителей матриц 2-го и 3-го порядков. Разложение определителя матрицы по строке и столбцу. Миноры и алгебраические дополнения. Свойства определителя матрицы. Критерий равенства нулю определителя матрицы. Определитель произведения матриц. Теорема Крамера.	ОПК-3 ПК-1	Знать: определение определителя матрицы и свойства определителей, теорему Крамера. Уметь: находить обратную матрицу, вычислять определители матриц и решать систему линейных уравнений методом Крамера Владеть: способом нахождения обратной матрицы: с помощью определителей .	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, самостоятельная работа с литературой, консультации преподавателей, расчетно-аналитические задания,
7.	Тема 7. Задача о межотраслевом балансе	Линейная модель производства. Формулировка задачи о межотраслевом балансе и ее решение. Понятие продуктивной матрицы.	ОПК-3 ПК-1	Знать: формулировку задачи межотраслевого баланса Уметь: решать задачу межотраслевого баланса Владеть: методикой решения задачи с помощью определителей и методом Жордана-Гаусса	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, расчетно-аналитические задания, самостоятельная работа с литературой, консультации преподавателей

Раздел 2 «Основы линейного программирования».

8.	Тема 8. Линейные задачи оптимизации	Общая и каноническая задачи линейного программирования. Допустимое и оптимальное решение задачи линейного программирования. Простейшие свойства задачи линейного программирования. Примеры экономических задач, сводимых к задаче линейного программирования.	ОПК-3 ПК-1	<p>Знать: формы записи общей и канонической задач линейного математического программирования, задачи о рациионе; производственные, транспортные задачи, сводимые к задачам математического программирования.</p> <p>Уметь: доказывать простейшие свойства математического программирования</p> <p>Владеть: сведением простейших экономических задач к задачам математического программирования.</p>	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, самостоятельная работа с литературой, расчетно-аналитические задания, консультации преподавателей
9.	Тема 9. Графический метод	Системы линейных неравенств. Графический метод решения задач линейного программирования с двумя и более переменными.	ОПК-3 ПК-1	<p>Знать: принципы решения линейных неравенств на плоскости и построения вектора градиента</p> <p>Уметь: изобразить на плоскости множество допустимых решений задачи линейного математического программирования, сводить задачу с n переменными и ограничениями в виде m уравнений ($1 \leq n-m \leq 2$) к задаче, решаемой графически.</p> <p>Владеть: графическим методом решения задачи линейного математического программирования.</p>	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, самостоятельная работа с литературой, расчетно-аналитические задания, консультации преподавателей, обсуждение и защита индивидуального задания

10.	Тема 10. Свойства решений задачи линейного программирования Симплексный метод	Опорное решение канонической задачи линейного программирования. Базис опорного решения и его свойства. Достаточное условие оптимальности опорного решения канонической задачи линейного программирования. Симплекс таблица и ее свойства. Начальное опорное решения и переход от одного опорного решения к другому. Теорема о неограниченности целевой функцию Решение <i>симплексным методом</i> канонической задачи линейного программирования. Разрешимость канонической задачи линейного программирования	ОПК-3 ПК-1	Знать: достаточное условие оптимальности опорного решения, симплексную таблицу и ее свойства, условия неограниченности целевой функции на множестве допустимых решений. Уметь: доказывать достаточное условие оптимальности опорного решения и неограниченность целевой функции на множестве допустимых решений. Владеть: алгоритмом симплекс метода для решения экономических задач, сводимых к задачам линейного математического программирования	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, самостоятельная работа с литературой, расчетно-аналитические задания, консультации преподавателей, обсуждение и защита индивидуального задания
11.	Тема 11. Метод искусственного базиса	Метод искусственного базиса для нахождения первоначального опорного решения исходной канонической задачи линейного программирования. Признак оптимальности опорного решения. Условия для отсутствия оптимального решения.	ОПК-3 ПК-1	Знать: для решения какой проблемы используется метод искусственного базиса, способы сведения задачи линейного программирования к задаче с искусственным базисом, признаки существования опорного и оптимального решения задачи линейного программирования. Уметь: обосновывать использование метода искусственного базиса. Владеть: методом искусственного базиса для решения задач линейного математического программирования	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, самостоятельная работа с литературой, расчетно-аналитические задания, консультации преподавателей, обсуждение и защита индивидуального задания
12.	Тема 12. Транспортная задача линейного программирования	Математическая модель. Необходимые и достаточные условия разрешимости транспортной задачи. Методы построения опорного решения транспортной задачи. Переход от одного опорного решения к другому. Достаточное условие оптимальности опорного решения. Метод потенциалов. Задача с неправильным балансом.	ОПК-3 ПК-1	Знать: математическую постановку транспортной задачи, способы отыскания первоначального опорного решения и достаточные условия его оптимальности, линейного программирования. Уметь: строить первоначальное опорное решение, его базис, обосновывать достаточное условие оптимальности опорного решения Владеть: методом потенциалов для решения транспортной задачи и задачи о назначении.	Лекции, семинары, письменное домашнее задание, самостоятельная работа с литературой, расчетно-аналитические задания, консультации преподавателей, обсуждение и защита индивидуального задания

III. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В процессе освоения дисциплины «Линейная алгебра» используются следующие образовательные технологии:

1. Стандартные методы обучения:

- лекции;
- практические занятия, на которых обсуждаются основные проблемы, освещенные в лекциях и сформулированные в домашних заданиях;
- письменные или устные домашние задания;
- расчетно-аналитические задания;
- консультации преподавателей;
- самостоятельная работа обучающихся, в которую входит освоение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям, выполнение указанных выше письменных заданий, работа с литературой.

2. Методы обучения с применением интерактивные формы образовательных технологий:

- Интерактивные лекции
- Творческое задание
- обсуждение и защита индивидуального задания

IV. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ, ИНФОРМАЦИОННОЕ И МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Рекомендуемая литература

Основная литература:

1. Базовый учебник. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник; Под ред. В.И. Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2010. - 656 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-003986-2 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/210735>
2. Базовый учебник. Сборник задач по высшей математике для экономистов. Под редакцией В.И.Ермакова. М.; Инфра-М, 2009-2изд.,испр.-573с. - (Б-2).

Нормативно-правовые документы:

В рамках изучения дисциплины «Линейная алгебра» не используются.

Дополнительная литература:

1. Шершнева В. Г. Линейная алгебра. Часть I. Основы линейной алгебры: Учебно- методическое пособие для студентов I курса. - М.: Издательство «Менеджер», 2007. – 128 с. ISBN 5-8346-0097-2 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/347840>
2. Сагитов Р. В., Шершнева В.Г. Линейная алгебра. Часть II. Линейное программирование, динамическое программирование и теория игр: Учебно-методическое пособие. - М.: Издательство «Менеджер», 2007. – 192 с - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/347844>
3. Справочник по математике для экономистов. Под редакцией В. И. Ермакова. М., «Высшая школа», 2007,

Перечень информационно-справочных систем

Не используются

Перечень электронно-образовательных ресурсов

Тихонов С.В. "Линейная алгебра" (электронный образовательный ресурс, размещён в ЭОС РЭУ им. Г.В. Плеханова) <http://lms.rea.ru>

Перечень профессиональных баз данных

Не используются

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

- 1 eLIBRARY.RU – НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА
- 2 www.numericalmathematics.com – NumericalSolutions
- 3 Math-Net.Ru - Общероссийский математический портал

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения

№ п/п	Перечень информационных технологий, программного обеспечения
1.	Операционная система Microsoft Windows: 10
2.	Пакет прикладных программ Microsoft Office Professional Plus: 2013 (MS Word, MS Excel, MS Power Point, MS Access)
3.	Браузер Google Chrome

Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Раздел I. «Основы линейной алгебры».

Тема 1. Введение. Векторы и матрицы как объекты линейного пространства.

Литература: О-1; О-2; Д-1.

Вопросы для самопроверки:

1. Сформулируйте определение линейного пространства.
2. Привести примеры линейных пространств.
3. Образуют ли матрицы с положительными членами линейное пространство?
4. Дайте определение n -мерных векторов и линейных операций с ними.
5. Как определяется скалярное произведение n -мерных векторов?
6. Что такое длина n -мерного вектора и угол между двумя векторами?
7. Что значит отложить n -мерный вектор от данной точки пространства T^n ?
8. Когда равны два n -мерных вектора?

Вопросы для обсуждения:

1. Примеры линейных пространств из творческих заданий.
2. Образуют ли матрицы одинаковой размерности линейное пространство?
3. Можно ли рассматривать растворы одинаковой кислоты различной концентрации как линейное пространство?
4. Образуют ли функции непрерывные в некоторой точке линейное пространство?
5. Образуют ли функции, дифференцируемые в некотором интервале линейное пространство?

Индивидуальное задание:

1. Привести 2 примера линейных пространств
2. решение задач из учебника

Тема 2. Системы линейных уравнений.

Литература: О-1; О-2; Д-1.

Вопросы для самопроверки:

1. Что общего и чем отличаются тривиальное и противоречивое уравнения?
2. Что утверждает теорема о свободных неизвестных?

3. При каких условиях разрешенная СЛУ является определенной и при каких – неопределенной?
4. Перечислите преобразования, переводящие СЛУ в равносильную СЛУ.
5. Чем отличается базисное решение СЛУ от других частных решений той же СЛУ?

Вопросы для обсуждения:

1. Если k -число шагов, проделанных при решении СЛУ с m уравнениями методом Гаусса, то, какие из соотношений: $m < k$, $m=k$, $m > k$ - невозможны?
2. Если однородная СЛУ с m уравнениями и n переменными имеет ненулевое решение, то какие из соотношений: $n < m$, $n=m$, $n > m$ - невозможны?
3. решение задач из учебника.

Индивидуальное задание:

решение задач из учебника

Тема 3. Системы n -мерных векторов.

Литература: О-1; О-2; Д-1.

Вопросы для самопроверки:

1. Является ли диагональная система векторов разрешённой?
2. Вектор всегда разлагается по векторам единственным образом?
3. Каким свойством обладают элементарные преобразования?
4. Если вектор разлагается по одной из подобных систем векторов, то будет ли он разлагаться по другой системе?
5. Как найти разложение вектора по системе векторов?
6. Как найти базис системы векторов?

Вопросы для обсуждения:

1. Может ли система векторов быть линейно зависимой и линейно независимой одновременно?
2. В каком случае можно определить линейную зависимость систем, не делая преобразований?
3. Какая связь между числом векторов в двух системах, если одна из них линейно независима и каждый вектор этой системы разлагается по другой?
4. Зная ранг системы векторов, можно ли определить линейную зависимость или линейную независимость системы?
5. решение задач из учебника

Индивидуальное задание:

1. Выяснить, является ли данная система векторов линейно зависимой:
 - 1.1. $A_1 = (5, 7, 12)$, $A_2 = (0, -1, 4)$, $A_3 = (2, 3, 4)$, $A_4 = (3, 5, 4)$, $A_5 = (8, 6, -3)$;
 - 1.2. $A_1 = (2, 10, 12)$, $A_2 = (1, -6, -8)$, $A_3 = (3, 4, 4)$, $A_4 = (5, 3, 2)$, $A_5 = (8, 9, 0)$;
2. Для систем векторов п.1 найти все базисы. Разложить все векторы системы по векторам одного из базисов системы. Определить ранг каждой системы векторов решение задач из учебника

Тема 4. Общая теория систем линейных уравнений.

Литература: О-1; О-2; Д-1.

Вопросы для самопроверки:

1. Можно ли проверить совместность системы линейных уравнений, не решая ее?
2. Как найти ФНР однородной системы линейных уравнений?
3. Образуют ли подпространство решения однородной системы линейных уравнений?
4. Образуют ли подпространство решения неоднородной системы линейных уравнений?
5. Как найти общее решение системы линейных уравнений в векторной форме?

Вопросы для обсуждения:

1. Можно ли проверить совместность системы линейных уравнений, не решая ее?
2. Как найти ФНР однородной системы линейных уравнений?
3. Образуют ли подпространство решения однородной системы линейных уравнений?
4. Образуют ли подпространство решения неоднородной системы линейных уравнений?
5. Как найти общее решение системы линейных уравнений в векторной форме?

Индивидуальное задание:

решение задач из учебника

Тема 5. Обратная матрица. Матричные уравнения.

Литература: О-1; О-2; Д-1.

Вопросы для самопроверки:

1. Какая матрица может быть обратной к данной матрице A ?
2. Как, используя метод Гаусса, найти матрицу, обратную к данной матрице?

3. Найти матрицу, обратную к матрице: а) $\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Вопросы для обсуждения:

1. Можно ли умножить матрицу на транспонированную матрицу?
2. Какие матрицы обратимы?
3. Как найти обратимую матрицу?
4. Что называется рангом матрицы?
5. Какие преобразования матрицы не изменяют её ранг?

Индивидуальное задание:

решение задач из учебника

Тема 6. Определители матриц. Теорема Крамера

Литература: О-1; О-2; Д-1.

Вопросы для самопроверки:

1. Сформулируйте основные свойства определителя.
2. Как вычислить определитель матрицы n -го порядка?
3. При каких условиях определитель матрицы равен (не равен) нулю?
4. Чему равен определитель произведения матриц?
5. Какие системы линейных уравнений можно решить с помощью теоремы Крамера?

Вопросы для обсуждения:

1. Чему равен определитель матрицы с двумя одинаковыми строками?
2. Чему равен определитель матрицы с двумя пропорциональными строками?

Индивидуальное задание:

решение задач из учебника

Тема 7. Задача о межотраслевом балансе

Литература: О-1; О-2; Д-1.

Вопросы для самопроверки:

1. Какая матрица называется продуктивной?.
2. Сформулировать алгоритм решения задачи межотраслевого баланса.

Вопросы для обсуждения:

1. Всегда ли задача о межотраслевом балансе имеет решение?

Индивидуальное задание:

решение задач из учебника

Раздел 2. «Основы линейного программирования».

Тема 8. Линейные задачи оптимизации.

Литература: О-1; О-2; Д-2.

Вопросы для самопроверки:

1. Опишите общую и каноническую задачу линейного программирования.
2. Дайте определение допустимого и оптимального решения задачи линейного программирования.
3. Как понимать высказывание: «решить задачу линейного программирования»?
4. Дайте содержательную и математическую постановку задачи планирования работы предприятия.
5. Дайте содержательную и математическую постановку задачи планирования рационального питания.
6. Дайте содержательную постановку задачи планирования транспортных перевозок.
7. Опишите процесс математической постановки задачи планирования транспортных перевозок.
8. Напишите математическую постановку задачи планирования транспортных перевозок.

Вопросы для обсуждения:

1. Какие действия с целевой функцией не влияют на результат решения задачи линейного программирования?

Индивидуальное задание:

решение задач из учебника

Тема 9. Графический метод.

Литература: О-1; О-2; Д-2.

Вопросы для самопроверки:

1. Какие из множеств $[a, b]$, $[a, b)$, $(-\infty, b]$, (a, b) , $(a, +\infty)$ являются замкнутыми?
2. Какие из множеств п.1 являются ограниченными?
3. Напишите формулу для нахождения расстояния от начала координат до прямой линии, заданной уравнением $Ax + By + C = 0$.
4. Когда прямая линия является опорной к некоторому множеству?

Вопросы для обсуждения:

1. Задачи линейного программирования, какой размерности можно решать графическим методом?
2. Опишите последовательность решения задачи линейного программирования с m переменными и n ограничениями в виде линейных уравнений, если $1 \leq n - m \leq 2$.

Индивидуальное задание:

Решить графическим методом

1.

$$f(X) = \begin{cases} -x_1 & - & x_2 & - & x_3 & (\min), \\ -2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = 4, \\ -x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & = -1, \end{cases} \quad x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, .$$

2.

$$f(X) = \begin{cases} 2x_1 & + & x_2 & - & x_4 & (\max), \\ x_1 & - & x_2 & - & x_3 & = 0, \\ x_1 & + & x_2 & - & x_3 & + 2x_4 & = 2, \end{cases} \quad x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

Тема 10. Свойства решений задачи линейного программирования. Симплексный метод.

Литература: О-1; О-2; Д-2.

Вопросы для самопроверки:

1. Как получить симплекс таблицу системы векторов условий канонической задачи линейного программирования?
2. Чему соответствуют элементы столбца ограничений В симплекс таблицы, приведенной к базису опорного решения?
3. Какова величина оценок векторов базиса опорного решения в соответствующей симплекс таблице?
4. Какова величина оценки столбца ограничений В симплекс таблицы, приведенной к базису опорного решения?
5. Сформулируйте теорему о достаточном условии оптимальности опорного решения.
6. Сформулируйте теорему о неограниченности целевой функции канонической задачи линейного программирования на минимум

Вопросы для обсуждения:

Дайте определение опорного решения канонической задачи линейного программирования.

1. Сформулируйте теорему о существовании опорного решения.
2. Дайте определение базиса опорного решения.
3. Сколько базисов системы векторов условий канонической задачи линейного программирования может соответствовать опорному решению?
4. Сколько ненулевых координат может иметь опорное решение?
5. Какое максимальное количество базисов системы векторов условий может соответствовать невырожденному опорному решению?

Индивидуальное задание:

Найти оптимальное решение канонической задачи линейного программирования при заданном опорном решении:

1.

$$f(X) = \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 & (\min), \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3. \end{cases} \quad \alpha = (1, 1, 0)$$

2.

$$f(X) = \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 & (\max) \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 1, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4. \end{cases} \quad \alpha = (0, 0, 1, 1)$$

3.

$$f(X) = \begin{cases} x_1 + x_2 + 13x_4 - x_5 + 3x_6 & (\min) \\ x_1 - x_2 - x_3 - 9x_4 - 4x_5 + 5x_6 = -5, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 - x_5 + 2x_6 = 4, \\ x_3 + 8x_4 + 2x_5 - 2x_6 = 6, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6. \end{cases} \quad \alpha = (4, 3, 6, 0, 0, 0).$$

4. решение задач из учебника

Тема 11. Метод искусственного базиса.

Литература: О-1; О-2; Д-2.

Вопросы для самопроверки:

1. Записать искусственную задачу для данной канонической задачи линейного программирования.
2. Когда искусственная каноническая задача линейного программирования имеет оптимальное решение?
3. При каком решении искусственной канонической задачи линейного программирования исходная задача имеет опорное решение?

- При каком решении искусственной канонической задачи линейного программирования исходная задача не имеет решений?
- При каких условиях число искусственных переменных меньше, чем число уравнений в исходной задаче?

Вопросы для обсуждения:

- Записать искусственную задачу для данной канонической задачи линейного программирования.
- Когда искусственная каноническая задача линейного программирования имеет оптимальное решение?
- При каком решении искусственной канонической задачи линейного программирования исходная задача имеет опорное решение?
- При каком решении искусственной канонической задачи линейного программирования исходная задача не имеет решений?
- При каких условиях число искусственных переменных меньше, чем число уравнений в исходной задаче?

Индивидуальное задание:

- Найти опорное решение, используя метод искусственного базиса, для следующих задач линейного программирования:

$$f(X) = \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 & (\min), \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 & =1, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 & =2, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 & =5, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$$

- Решить задачи:

2.1.

$$f(X) = \begin{cases} x_1 - 5x_2 - x_3 + x_4 & (\max), \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 & =3, \\ 2x_1 + 3x_3 - x_4 & =4, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4. \end{cases}$$

2.2.

$$f(X) = \begin{cases} 2x_1 + 8x_2 + x_3 - 2x_4 & (\min), \\ x_1 + 2x_3 & =6, \\ x_2 - x_3 + x_4 & =5, \\ 6x_2 + x_3 & =9, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4. \end{cases}$$

Тема 12. Транспортная задача линейного программирования.

Литература: О-1; О-2; Д-1.

Вопросы для самопроверки:

- Сформулируйте содержательную и математическую постановку транспортной задачи линейного программирования.
- Чем характерна матрица условий транспортной задачи и какова размерность этой матрицы?
- Дайте определение опорного решения транспортной задачи.
- Опишите метод минимальной стоимости для нахождения первоначального опорного решения транспортной задачи линейного программирования.
- Опишите алгоритм метода потенциалов для нахождения оптимального решения транспортной задачи линейного программирования.

Вопросы для обсуждения:

- Как связаны между собой матрица условий транспортной задачи и транспортная таблица?
- Какова связь между ациклическим набором клеток транспортной таблицы и соответствующей системой векторов условий транспортной задачи?
- Какие векторы системы векторов условий транспортной задачи образуют ее базис, и каков ранг этой системы векторов?

Индивидуальное задание:

Найдите оптимальное решение транспортной задачи линейного программирования, заданной транспортной таблицей:

2	1	3	40
1	4	2	20
4	2	1	40
1	5	3	20
			a_i
30	60	30	b_j

9	5	3	10	25
6	3	3	2	55
3	8	4	8	20
				a_i
45	15	20	20	b_j

Материально-техническое обеспечение дисциплины (разделов)

Дисциплина «Линейная алгебра» обеспечена:

- учебной аудиторией для проведения занятий лекционного типа, оборудованной большими досками, мультимедийными средствами обучения для демонстрации лекций-презентаций,
- учебной аудиторией для проведения занятий семинарского типа (практических занятий), для групповых и индивидуальных консультаций, промежуточной аттестации, оборудованной учебной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации студентам, с несколькими большими досками, цветными маркерами;
- помещениями для самостоятельной работы, оснащенной компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспеченной доступом в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучение инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с применением следующего специального оборудования:

1. Для лиц с нарушением зрения:
 - презентации с укрупнённым шрифтом;
 - мультимедийный проектор.
2. Для лиц с нарушением слуха:
 - мультимедийный проектор;
 - акустический усилитель и колонки.
3. Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - персональные мобильные компьютеры.

V. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

(Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием часов и видов занятий)

№ п/п	Наименование разделов и тем	Контактная работа / контактные часы										Самостоятельная работа часы			Формы текущего/рубежного контроля
		Аудиторные часы						Индивидуальная консультация час (ИК)	Конт. часы по промежуточной аттестации (Катт)	Консультация перед экзаменом (КЭ)	Конт. часы по промежуточной аттестации в период экз.сессии (Каттэк)	формы	часы в семестре	Контроль/СР в сессию	
		лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Всего Ауд	в том числе интерактивные									
						формы	часы								
1	Тема 1 Введение. Векторы и матрицы как объекты линейного пространства.	2	2		4	Тв.з.	1					Лит. Пз,	4		Пз
2	Тема 2. Системы линейных уравнений	2	3		5	О.з.и.з	2					Лит. Пз	4		Пз, Р.а.з., К/р
3	Тема 3. Системы n-мерных векторов.	2	3		5	О.з.и.з	2					Лит. Пз	5		Пз, Р.а.з.
4	Тема 4. Общая теория систем линейных уравнений	2	2		4							Лит. Пз	6		Пз, Р.а.з.
5	Тема 5. Обратная матрица. Матричные уравнения.	2	3		5	О.з.и.з	2					Лит. Пз	4		Пз, Р.а.з.
6	Тема 6. Определители матриц. Теорем Крамера	2	2		4							Лит. Пз	5		Пз, Р.а.з.
7	Тема 7. Задача о межотраслевом балансе	2	2		4	О.з.и.з	1					Лит. Пз	4		Пз, Р.а.з., К/р
8	Тема 8. Линейные задачи оптимизации	2	1		3							Лит. Пз	4		Пз, Р.а.з.
9	Тема 9. Графический метод	2	2		4	О.з.и.з	2					Лит. Пз	4		Пз, Р.а.з.
10	Тема 10. Свойства решений задачи линейного программирования Симплексный метод	2	3		5	И.л. О.з.и.з	4					Лит. Пз	8		Пз, Р.а.з. К/р
11	Тема 11. Метод искусственного базиса	2	3		5	И.л. О.з.и.з	4					Лит. Пз	4		Пз, Р.а.з.
12	Тема 12. Транспортная задача	2	2		4	О.з.и.з	1					Лит. Пз	6		Пз, Р.а.з., К/р
Итого		24	28	-	52		20						56		
Экзамен										2	2			32	
Всего по дисциплине: 144 ч		24	28	-	52	-	-	-	-	2	2		56	32	

№ п/п	Сокращение	Вид работы
1.	П.з.	Выполнение письменной домашней работы
2.	р.а.з.	Расчетно-аналитическое задание
3.	к/р	Контрольная работа
4.	О.з.и.з	обсуждение и защита индивидуального задания
5.	Тв.з.	Творческое задание

VI. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ¹

Оценочные средства по дисциплине разработаны в соответствии с положением «О фонде оценочных средств в ФГБОУ ВПО РЭУ им. Г.В. Плеханова».

(Фонд оценочных средств хранится на кафедре, обеспечивающей преподавание данной дисциплины)

VI.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы (см. таблицу раздела II).

VI.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания (см. таблицу раздела II и раздел VIII).

VI.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

- **Тематика курсовых работ**

Курсовая работа по дисциплине «Линейная алгебра» не предусмотрена.

- **Вопросы к экзамену**

1. Линейное пространство как основной объект изучения курса линейной алгебре. Аксиоматика линейного пространства.
2. Пространство n -мерных точек R^n . Векторы в пространстве R^n . Умножение вектора на число и сложение векторов.
3. Правило треугольника. Скалярное произведение векторов.
4. Расстояние между точками. Угол между векторами. Критерий равенства n -мерных векторов. Коллинеарные и пропорциональные векторы.
5. Понятие матрицы. Прямоугольные матрицы. Сложение матриц и умножение матрицы на число. Умножение вектора и матрицы. Произведение матриц.
6. Линейное уравнение с n неизвестными. Формы записи системы линейных уравнений. Базисные и свободные неизвестные. Разрешенные системы линейных уравнений. Общее решение системы линейных уравнений. Частное и базисное решение системы линейных уравнений.
7. Равносильные системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
8. Теорема о решении однородной системы линейных уравнений.
9. Определение и свойства линейно зависимых и линейно независимых систем векторов. Разложение вектора по линейно независимой системе векторов.
10. Теорема Штейница
11. Максимальная линейно независимая часть и базис системы векторов. Отыскание базиса системы векторов методом Гаусса.
12. Определение и свойства ранга системы векторов. Основная теорема о ранге

¹ В данном разделе приводятся примеры из ФОС

- системы векторов. Критерий разложения вектора по системе векторов (в терминах ранга системы векторов).
13. Диагональная и квазидиагональная системы векторов. Линейные комбинации векторов и разложение вектора по системе векторов.
 14. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений.
 15. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальный набор решений (ФНР). Общее решение неоднородной системы линейных уравнений в векторной форме.
 16. Произведение матриц. Транспонирование матриц. Обратимая матрица. Невырожденность обратимой матрицы. Обратимость невырожденной матрицы. Отыскание обратной матрицы методом Гаусса.
 17. Решение матричных уравнений. Ранг матрицы. Преобразования матрицы, не меняющие ее ранга. Теорема о ранге матрицы. Ранг произведения матриц.
 18. Определители матриц n -го порядка. Свойства определителя матрицы. Критерий равенства нулю определителя матрицы.
 19. Определитель произведения матриц. Теорема Крамера..
 20. Линейная модель производства. Формулировка задачи о межотраслевом балансе и ее решение.
 21. Понятие продуктивной матрицы. Отношение порядка для продуктивных матриц как бинарное отношение.
 22. Предмет математического программирования. Математическая модель экономической задачи. Общая задача математического программирования.
 23. Примеры составления математических моделей задач линейного программирования. Задача об использовании ресурсов. Задача о рационе.
 24. Различные формы записи задач линейного программирования.
 25. Приведение общей задачи линейного программирования к каноническому виду.
 26. Решение линейных неравенств. Графический метод решения задач линейного программирования с двумя переменными.
 27. Графический метод решения задачи линейного программирования с n переменными.
 28. Теорема об экстремуме целевой функции задачи линейного программирования.
 29. Теорема о существовании опорного решения.
 30. Базис опорного решения и теорема о существовании базиса опорного решения
 31. Связь между базисом системы векторов условий канонической задачи и базисом опорного решения. Конечность числа опорных решений.
 32. Теорема об оптимальных решениях канонической задачи.
 33. Свойства симплексной таблицы.
 34. Достаточное условие оптимальности опорного решения канонической задачи.
 35. Теорема о неограниченности целевой функции.
 36. Решение симплексным методом канонической задачи линейного программирования.
 37. Теорема о разрешимости канонической задачи.
 38. Искусственная задача линейного программирования и ее свойства.
 39. Теорема о методе искусственного базиса решения задач линейного программирования.
 40. Транспортная задача линейного программирования: содержательная и математическая постановка.
 41. Необходимое и достаточное условия разрешимости транспортной задачи.
 42. Свойство системы ограничений транспортной задачи. Взаимосвязь линейной зависимости векторов условий и циклов.
 43. Опорное решение транспортной задачи, методы его построения.
 44. Цикл перехода от одного опорного решения к другому. Теорема о существовании и единственности цикла.

45. Признак оптимальности опорного решения транспортной задачи.
 46. Алгоритм метода потенциалов решения транспортной задачи. Особенности решения транспортной задачи с неправильным балансом.
 47. Транспортная задача с ограничениями. Использование транспортной задачи для решения других экономических задач.

• **Примеры заданий к экзамену**

1. Систему векторов

$$\alpha_1 = (0, -1, 2, 0), \alpha_2 = (0, 4, -8, -2), \alpha_3 = (1, 2, -3, 5), \alpha_4 = (2, 3, -4, 4), \alpha_5 = (1, 2, -3, 3)$$

преобразовать методом Гаусса в квазидиагональную.

2 Выяснить, разлагается ли вектор β по системе векторов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$:

$$\beta = (5, 1, 5, 3), \alpha_1 = (3, 1, 2, 2), \alpha_2 = (7, 2, 1, 3), \alpha_3 = (-5, -2, -1, -3), \alpha_4 = (11, 3, 3, 5)$$

3 Выяснить, является ли система векторов

$$\alpha_1 = (0, 1, 1, 0), \alpha_2 = (1, 1, 3, 1), \alpha_3 = (1, 3, 5, 1), \alpha_4 = (0, 1, 1, -2)$$

линейно зависимой или линейно независимой:

4 Найти базис системы векторов $\alpha_1 = (1, 2, 1), \alpha_2 = (2, 1, 3), \alpha_3 = (1, 5, 0), \alpha_4 = (2, -2, 4)$

и векторы, не входящие в базис, разложить по базису:

пример экзаменационного билета в Приложении 1

Индивидуальные задания

Примеры указаны по темам в п. «Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине»

Расчетно-аналитические задания

1. Системы уравнений привести к равносильным разрешенным системам, включив в набор разрешенных неизвестных x_1, x_2, x_3 . Записать общее решение, найти соответствующее базисное решение. Переразрешить систему и записать новое общее и соответствующее базисное решения.

1.	2.
$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 6x_4 + 10x_5 = 10, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 + 13x_5 = 12, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 10x_4 + 18x_5 = 18. \end{cases}$	$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 5. \end{cases}$

2. Найти ранг и базис системы векторов, перейти к новому базису. Записать разложения векторов по найденным базисам.

$$A_1 = (1, -1, 0), A_2 = (2, 2, -1), A_3 = (3, 0, 3), A_4 = (3, -4, 4), A_5 = (-1, -3, 1).$$

3. Решить системы уравнений, используя формулы Крамера:

$1. \begin{cases} 12x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 4x_4 = 33, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 2, \\ 8x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 23, \\ 9x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 18. \end{cases}$	$2. \begin{cases} 10x_1 - 16x_2 + 11x_3 + x_4 = -9, \\ 12x_1 - 14x_2 + 10x_3 + 3x_4 = 0, \\ 5x_1 - 4x_2 + 3x_3 + x_4 = 2, \\ 11x_1 - 11x_2 + 8x_3 + 2x_4 = 1. \end{cases}$
--	--

4. Решить матричные уравнения, используя обратную матрицу:

Уравнение имеет вид $X \cdot A = B$	Уравнение имеет вид $A \cdot X = B$
-------------------------------------	-------------------------------------

1. $A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 4 \\ 2 & 7 & 3 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$	2. $A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 3 \\ 5 & -4 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$
--	--

Задания для контрольной работы

1. Решить систему методом Жордана-Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_5 + 2x_6 = -4, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 + 8x_5 + 6x_6 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 5x_5 + 6x_6 = 2, \\ \quad + 4x_2 - 6x_3 - 2x_4 - 2x_5 + 2x_6 = -10. \end{cases}$$

2. Найти обратные матрицы: $A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 4 \\ 2 & 7 & 3 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$ 3

3. Решить задачу о межотраслевом балансе:

$$X = \begin{pmatrix} 246 & 174 \\ 164 & 116 \end{pmatrix}, \bar{x} = \begin{pmatrix} 820 \\ 580 \end{pmatrix}, \bar{y}^* = \begin{pmatrix} 500 \\ 400 \end{pmatrix}.$$

4. Решить транспортную задачу:

9	5	3	10	25
6	3	3	2	55
3	8	4	8	20
45	15	20	20	$\begin{matrix} a_i \\ b_j \end{matrix}$

VII. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометить важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Уделить особенное внимание понятиям метрического и нормированного пространства, понятию меры и понятию вариации.
Практические занятия	Проработка рабочей программы, уделяя особое внимание целям и задачам, структуре и содержанию дисциплины. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Выполнение домашних заданий, участие в решении разбираемых задач,
Контрольная работа	Проработка тем и задач контрольной работы, соблюдение правил экзамена, формирование вопросов к соответствующим темам.

VIII. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Формирование балльной оценки по дисциплине «Линейная алгебра»

В соответствии с «Положением о рейтинговой системе оценки успеваемости и качества знаний студентов в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова»

распределение баллов, формирующих рейтинговую оценку работы обучающегося, осуществляется следующим образом:

Виды работ	Максимальное количество баллов
Выполнение учебных заданий на аудиторных занятиях	20
Текущий и рубежный контроль	20
Творческий рейтинг	20
Промежуточная аттестация (экзамен)	40
ИТОГО	100

1. Текущий и рубежный контроль Расчет баллов по результатам текущего и рубежного контроля во 2 семестре:

Форма контроля	Наименование раздела/ темы, выносимых на контроль	Форма проведения контроля (тест, контр. работа и др. виды контроля в соответствии с Положением)	Количество баллов
1. Текущий контроль в 1 модуле, в т.ч.	Тема 2-7	р.а.з.	6
2.Рубежный контроль по результатам 1 модуля	Тема 2,7	Контрольная работа	4
Всего по 1 модулю			10
3. Текущий контроль во 2 модуле, в т.ч.	Тема 8-12	р.а.з.	6
4.Рубежный контроль по результатам 2 модуля	Тема 10,12	Контрольная работа	4
Всего по 2 модулю			10
ИТОГО			20

2. Творческий рейтинг

Распределение баллов осуществляется по решению методической комиссии кафедры и результат распределения баллов за соответствующие виды работ представляются в виде следующей таблицы:
в 2 семестре:

Наименование раздела/ темы дисциплины	Вид работы	Количество баллов
Тема 2-7	защита индивидуального задания	10
Тема 8-12	защита индивидуального задания	10
ИТОГО		20

3. Промежуточная аттестация

Экзамен по результатам изучения учебной дисциплины «Линейная алгебра» во 2-м семестре осуществляется по экзаменационным билетам, включающим 2 теоретических вопроса и 3 (три) задачи. Оценка по результатам экзамена выставляется по следующим критериям:

- правильный ответ на каждый вопрос – 8 б.;
- правильное решение задачи - по 8 баллов каждая.

В случае частично правильного ответа на вопрос или решение задачи, обучающемуся начисляется определяемое преподавателем количество баллов.

Итоговый балл формируется суммированием баллов за промежуточную аттестацию и баллов, набранных перед аттестацией. Приведение суммарной балльной оценки к четырехбалльной шкале производится следующим образом:

Показатели и критерии оценивания планируемых результатов освоения компетенций и результатов обучения, шкала оценивания

100-балльная система оценки	Традиционная четырехбалльная система оценки	Формируемые компетенции (индикаторы компетенций)	Критерии оценивания
85 – 100 баллов	«отлично»	ОПК-3	<p>Знает верно и в полном объеме: инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей.</p> <p>Умеет верно и в полном объеме: проанализировать результаты расчетов по математическим моделям и обосновать полученные выводы. .</p> <p>Владет навыками верно и в полном объеме: сведения экономических проблем к математическим моделям и методами их анализа.</p>
		ПК-1	<p>Знает верно и в полном объеме: методы сбора, анализа, обработки и интерпретации данных для решения экономических задач.</p> <p>Умеет верно и в полном объеме: <i>собрать и проанализировать</i> исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов.</p> <p>Владет навыками верно и в полном объеме: навыками анализа, восприятия и интерпретации информации в результате решения поставленных задач.</p>
70 – 84 баллов	«хорошо»	ОПК-3	<p>Знает с незначительными замечаниями: инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей.</p> <p>Умеет с незначительными замечаниями: проанализировать результаты расчетов по математическим моделям и обосновать полученные выводы.</p> <p>Владет навыками с незначительными замечаниями: сведения экономических проблем к математическим моделям и методами их анализа.</p>

		ПК-1	<p>Знает с незначительными замечаниями: методы сбора, анализа, обработки и интерпретации данных для решения экономических задач.</p> <p>Умеет с незначительными замечаниями: собрать и проанализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов.</p> <p>Владеет навыками с незначительными замечаниями: навыками анализа, восприятия и интерпретации информации в результате решения поставленных задач.</p>
50 – 69 баллов	«удовлетворительно»	ОПК-3	<p>Знает на базовом уровне, с ошибками: инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей.</p> <p>Умеет на базовом уровне, с ошибками: проанализировать результаты расчетов по математическим моделям и обосновать полученные выводы</p> <p>Владеет на базовом уровне, с ошибками: сведения экономических проблем к математическим моделям и методами их анализа.</p>
		ПК-1	<p>Знает на базовом уровне, с ошибками: методы сбора, анализа, обработки и интерпретации данных для решения экономических задач.</p> <p>Умеет на базовом уровне, с ошибками: собрать и проанализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов</p> <p>Владеет на базовом уровне, с ошибками: навыками анализа, восприятия и интерпретации информации в результате решения поставленных задач.</p>
менее 50 баллов	«неудовлетворительно»	ОПК-3	<p>Не знает на базовом уровне: инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей.</p> <p>Не умеет на базовом уровне: проанализировать результаты расчетов по математическим моделям и обосновать полученные выводы</p> <p>Не владеет на базовом уровне: сведения экономических проблем к математическим моделям и методами их анализа.</p>
		ПК-1	Не знает на базовом уровне: методы сбора,

		<p>анализа, обработки и интерпретации данных для решения экономических задач.</p> <p>Не умеет на базовом уровне: <i>собрать и проанализировать</i> исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов.</p> <p>Не владеет на базовом уровне: навыками анализа, восприятия и интерпретации информации в результате решения поставленных задач.</p>
--	--	--

Приложение 1

Пример экзаменационного билета

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

“Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова”

Финансовый факультет

Кафедра «Высшей математики»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

по дисциплине «Линейная алгебра»

Направление 38.03.01 Экономика

Направленность (профиль) программы «Финансы и кредит»

1. Теорема о числе векторов, входящих в базис. Ранг системы векторов и матрицы.
2. Теорема о существовании опорного решения.
3. Вычислить определитель матрицы

$$\begin{vmatrix} 3 & 11 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \\ 2 & 16 & 1 & 2 \\ -3 & 25 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

4. Решить задачу линейного программирования **методом искусственного базиса**, задачу (при решении задачи сделать не менее 2-х шагов):

а) в)

$$f(X) = x_1 + 2x_2 + 2x_3 \rightarrow \min :$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 \geq 1, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 6, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j.$$

5. Решить транспортную задачу методом потенциалов:

$a_i \backslash b_j$	30	30	30	30
10	7	2	3	1
20	2	4	4	7
30	3	4	5	5
40	4	3	3	2

Утверждено на заседании кафедры «__» _____ 201__ года протокол №__

Заведующий кафедрой
Монголова Н.В.

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ (АКТУАЛИЗАЦИИ)

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу «Линейная алгебра» утверждены на заседании кафедры Высшей математики протокол № 1 от «30» августа 2017 г.

Заведующий кафедрой


(подпись)

О.В. Татарников

Одобрено на заседании Совета ОНЦ «Кибернетика» протокол № 1 от «13» сентября 2017 г.,

Председатель


(подпись)

С.А. Лебедев

Одобрено Методическим советом протокол № 1 от «18» сентября 2017 г.


Зам. председателя


(подпись)

И.Б. Стукалова

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу «Линейная алгебра» утверждены на заседании кафедры высшей математики, протокол №1 от «31» августа 2018 г.

Заведующий кафедрой


(подпись)

Татарников О.В.

Одобрено советом института цифровой экономики и информационных технологий¹, протокол № 1 от «11» сентября 2018 г.

Председатель


(подпись)

Титов В.А.

Одобрено Методическим советом, протокол № 1 от «20» сентября 2018 г.

Зам. председателя


(подпись)

Стукалова И.Б.
(Ф.И.О.)

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ (АКТУАЛИЗАЦИИ)

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу «Линейная алгебра»,
исходная дисциплина

утверждены на заседании кафедры Высшей математики,
протокол № 9 от «23» мая 2019 г.

Заведующий кафедрой


(подпись)

Татарников О.В.
(Ф.И.О.)

Одобрено на заседании Совета Института цифровой экономики и информационных технологий, протокол №10 от «10» июня 2019 г.,

Председатель


(подпись)

Титов В.А.
(Ф.И.О.)

Одобрено Методическим советом,
протокол № 11 от «17» июня 2019 г.

Зам. председателя



Стукалова И.Б.

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ (АКТУАЛИЗАЦИИ)

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу «Линейная алгебра», утверждены на заседании кафедры высшей математики, протокол № 7 от «8» мая 2020 г.

Заведующий кафедрой
(подпись)



Татарников О.В.

Одобрено на заседании Совета ИЦЭИТ,
протокол №11 от «3» июня 2020 г.

Председатель
(подпись)



Титов В.А.

Одобрено на заседании Методического совета
протокол №9 от «15» июня 2020 г.

Зам. председателя совета
(подпись)



Стукалова И.Б.

**Карта обеспеченности дисциплины «Линейная алгебра»
учебными изданиями и иными информационно-библиотечными ресурсами**

Институт цифровой экономики и информационных технологий

Кафедра высшей математики

ОПОП ВО по направлению подготовки 38.03.01 Экономика

Уровень подготовки бакалавриат

№ п/п	Наименование, автор	Выходные данные	Информация по НИБЦ им. академика Л.И. Абалкина		Количество экземпляров на кафедре (в лаборатории) (шт.)	Численность студентов (чел.)	Показатель обеспеченности студентов литературой: = 1 (при наличии в ЭБС); или =(колонка 4/ колонка 7) (при отсутствии в ЭБС)
			количество печатных экземпляров в (шт.)	наличие в ЭБС (да/нет), название ЭБС			
1	2	3	4	5	6	7	8
Основная литература							
1	Общий курс высшей математики для экономистов. Учебник. Под редакцией В.И.Ермакова.	М.: «ИНФРА-М», 2010-655 с. Высшее образование	2007-270 2008-453 2010-61 784	да, ЭБС Znanium		800	1
2	2. Сборник задач по высшей математике для экономистов. Под редакцией В.И.Ермакова. М. Уч.пособие.	М.:«ИНФРА-М», 2009.- 2изд.,испр.-573с. Высшее образование	2007-29 2008-727 2009-41 797	нет		800	1
	Всего		1909				1
Дополнительная литература							
1	Шершнев В.Г. Линейная алгебра. Часть 1. Учебно-методическое пособие	М.: «Менеджер», 2007-128 с. Высшее образование		ЭБС Znanium		800	1
2	Сагитов Р.В., Шершнев В.Г. Линейная алгебра Часть 2. Учебно-методическое пособие.	М.: «Менеджер», 2007-192 с. Высшее образование	214	ЭБС Znanium		800	1

3	Справочник по математике для экономистов. Учебник. Под редакцией В.И.Ермакова.	М.: Высшая школа, 1997– 383 с. М.:ИНФРА-М, 2007-463с ISBN 978-5-16-003045-6	11 401	нет	800	0,5
Всего			626			0,83

Зав.кафедрой _____

(подпись)

/Татарников О.В./

(Ф.И.О.)

« 5 » ноября 2019 г.

Согласовано:

Начальник отдела комплектования НИБЦ _____

(подпись)

/Н.Д. Крапивина/

(Ф.И.О.)

« 11 » ноября 2019 г.

Научно-информационный библиотечный центр
имени академика П.И. Абалкина
ФГБОУ ВО «РЗУ им. Г.В. Плеханова»