

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Антипова Наталья Викторовна  
Должность: и.о. директора филиала  
Дата подписания: 28.11.2025 14:47:21  
Уникальный программный ключ:  
fae5412acb1bf810dc69e6bc004ac45622b84b3a

Приложение 3  
к основной профессиональной образовательной программе  
по направлению подготовки 38.03.01 Экономика  
направленность (профиль) программы Финансы и кредит

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова»**

**Улан-Баторский филиал**

Одобрено  
На заседании Совета Улан-Баторского  
филиала РЭУ им. Г.В. Плеханова  
Протокол № 10 от «25» мая 2023г.  
Председатель совета  
  
Н.В. Антипова



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.19 ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

<b>Направление подготовки</b>	<b>38.03.01 Экономика</b>
<b>Направленность (профиль) программы</b>	<b>Финансы и кредит</b>
<b>Уровень высшего образования</b>	<b>Бакалавриат</b>

**Год начала подготовки-2023г**

Улан-Батор – 2023 г.

Составитель:

к. физ-мат.н., доцент кафедры  
Высшей математики

М.Н. Максименко

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры высшей математики

протокол № 5 от «27» апреля 2021 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ .....</b>	<b>4</b>
ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....	4
МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ .....	4
ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ .....	4
ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....	5
<b>II. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>6</b>
<b>III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ</b> <b>.....</b>	<b>12</b>
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.....	12
ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННО-СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ .....	12
ПЕРЕЧЕНЬ ЭЛЕКТРОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ.....	12
ПЕРЕЧЕНЬ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ БАЗ ДАННЫХ .....	13
ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ "ИНТЕРНЕТ", НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....	13
ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ .....	13
МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....	13
<b>IV. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>13</b>
<b>V. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ.....</b>	<b>14</b>
<b>VI. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.....</b>	<b>14</b>

# I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

## Цель и задачи освоения дисциплины

*Целью* дисциплины «Линейная алгебра» является:

1. научить обучающихся современным методам линейной алгебры, применяемым при анализе экономических процессов;
2. сформировать и развить у обучающихся навыки применения количественных методов при решении экономических задач, а также навыки самостоятельной работы с учебной литературой;
3. дать базовые знания по линейной алгебре, необходимые для изучения других математических дисциплин.

*Задачами* дисциплины «Линейная алгебра» являются:

1. ознакомить обучающихся с основами линейной алгебры;
2. овладеть навыками использования методов линейной алгебры и линейной оптимизации для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса;
3. совершенствовать логическое и аналитическое мышление обучающихся.

## Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к обязательной части учебного плана.

## Объем дисциплины и виды учебной работы

Таблица 1

Показатели объема дисциплины	Всего часов по формам обучения		
	<i>очная</i>	<i>очно-заочная*</i>	<i>заочная*</i>
Объем дисциплины в зачетных единицах	<b>5 ЗЕТ</b>		
Объем дисциплины в акад. часах	<b>180</b>		
Промежуточная аттестация: форма	<i>Экзамен</i>	<i>Экзамен</i>	-
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателем (Контакт. часы), всего:</b>	<b>82</b>	<b>40</b>	-
1. Аудиторная работа (Ауд.), акад. часов всего, в том числе:	<b>78</b>	<b>36</b>	-
• лекции	<i>36</i>	<i>18</i>	-
• практические занятия	<i>42</i>	<i>18</i>	-
• лабораторные занятия	-	-	-
в том числе практическая подготовка	-	-	-

2. Индивидуальные консультации (ИК)	-	-	-
3. Контактная работа по промежуточной аттестации (Катг)	-	-	-
4. Консультация перед экзаменом (КЭ)	2	2	-
5. Контактная работа по промежуточной аттестации в период экз. сессии / сессии заочников (Каттэк)	2	2	-
<b>Самостоятельная работа (СР), всего:</b>	<b>98</b>	<b>140</b>	-
в том числе:			
• самостоятельная работа в период экз. сессии (СРэк)	32	32	-
• самостоятельная работа в семестре(СРс)	-	-	-
в том числе, самостоятельная работа на курсовую работу	-		
• изучение ЭОР	18	38	-
• изучение онлайн-курса или его части	-	-	-
• выполнение индивидуального и/или группового проекта	6	20	-
• и другие виды	42	50	-

\*Распределение часов по очно-заочной/ заочной формам обучения, осуществляется факультетом, реализующим образовательную программу по направлению 38.03.01 Экономика

## Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

Таблица 2

Формируемые компетенции (код и наименование компетенции)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование индикатора)	Результаты обучения (знания, умения)
ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1. Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных	ОПК-2.1. З-1. Знает методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях.
		ОПК-2.1. У-1. Умеет работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных экономических задач.
		ОПК-2.1. У-2. Умеет рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы.
		ОПК-2.1. У-3. Умеет представить наглядную визуализацию данных

**II. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**этапы формирования и критерии оценивания сформированности компетенций**

Таблица 3

№ п/п	Наименование раздела, темы дисциплины	Трудоемкость, академические часы						Индикаторы достижения компетенций	Результаты обучения (знания, умения)	Учебные задания для аудиторных занятий	Текущий контроль	Задания для творческого рейтинга (по теме(-ам)/ разделу или по всему курсу в целом)
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Практическая подготовка	Самостоятельная работа	Всего					
	<b>Семестр 2</b>											
	<b>Раздел 1. Введение в Линейная алгебра</b>											
1.	<p><b>Тема 1 Введение. Векторы и матрицы как объекты линейного пространства: Предмет, метод, задачи курса.</b></p> <p><i>Линейное пространство как основной объект изучения курса линейной алгебре. Аксиоматика линейного пространства. Пространство <math>n</math>-мерных точек <math>R^n</math>. Векторы в пространстве <math>R^n</math>. Умножение вектора на число и сложение векторов. Правило треугольника. Скалярное произведение векторов. Расстояние между точками. Угол между векторами. Критерий равенства <math>n</math>-мерных векторов. Коллинеарные и пропорциональные векторы. Понятие матрицы. Прямоугольные</i></p>	2	2	–	–	5	9	ОПК-2.1.	ОПК-2.1. 3-1. ОПК-2.1. У-1. ОПК-2.1. У-2. ОПК-2.1. У-3.	О., Гр.д.	Р.а.з. К/р	Ин.п., Гр.п.,

	<i>матрицы. Сложение матриц и умножение матрицы на число. Умножение вектора и матрицы. Произведение матриц.</i>											
2. _____	<b>Тема 2. Системы линейных уравнений:</b> <i>Линейное уравнение с n неизвестными. Формы записи системы линейных уравнений. Базисные и свободные неизвестные. Разрешенные системы линейных уравнений. Общее решение системы линейных уравнений. Частное и базисное решение системы линейных уравнений. Равносильные системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Теорема о решении однородной системы линейных уравнений.</i>	2	3	–	–	3	8	ОПК-2.1.	ОПК-2.1. 3-1. ОПК-2.1. У-1. ОПК-2.1. У-2. ОПК-2.1. У-3.	О., Гр.д.		
3. _____	<b>Тема 3. Системы n-мерных векторов.</b> <i>Определение и свойства линейно зависимых и линейно независимых систем векторов. Разложение вектора по линейно независимой системе векторов. Теорема Штейница Максимальная линейно независимая часть и базис системы векторов. Определение и свойства ранга системы векторов. Основная теорема о ранге системы векторов. Критерий разложения вектора по системе векторов (в терминах ранга системы векторов).</i>	2	3	–	–	3	8	ОПК-2.1.	ОПК-2.1. 3-1. ОПК-2.1. У-1. ОПК-2.1. У-2. ОПК-2.1. У-3.	О., Гр.д.		
4. _____	<b>Тема 4. Общая теория систем линейных уравнений</b> <i>Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальный набор решений (ФНР). Общее решение неоднородной системы линейных уравнений в векторной форме</i>	2	2	–	–	3	7	ОПК-2.1.	ОПК-2.1. 3-1. ОПК-2.1. У-1. ОПК-2.1. У-2. ОПК-2.1. У-3.	О., Гр.д.		
5. _____	<b>Тема 5. Обратная матрица. Матричные уравнения.</b> <i>Произведение матриц. Транспонирование матриц. Обратимая матрица. Невырожденность обрати-</i>	2	2	–	–	5	9	ОПК-2.1.	ОПК-2.1. 3-1. ОПК-2.1. У-1.	О., Гр.д.	Р.а.з. К/р	Ин.п., Гр.п.,

	<i>мой матрицы. Обратимость невырожденной матрицы. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса. Решение матричных уравнений. Ранг матрицы. Преобразования матрицы, не меняющие ее ранга. Теорема о ранге матрицы. Ранг произведения матриц</i>								ОПК-2.1. У-2. ОПК-2.1. У-3.			
6. _____	<b>Тема 6. Определители матриц. Теорема Крамера.</b> <i>Определители матриц n-го порядка. Разложение определителя матрицы по строке и столбцу. Миноры и алгебраические дополнения. Свойства определителя матрицы. Критерий равенства нулю определителя матрицы. Определитель произведения матриц. Теорема Крамера</i>	2	2	–	–	3	7	ОПК-2.1.	ОПК-2.1. 3-1. ОПК-2.1. У-1. ОПК-2.1. У-2. ОПК-2.1. У-3.	О., Гр.д.		
7. _____	<b>Тема 7. Задача о межотраслевом балансе.</b> <i>Линейная модель производства. Формулировка задачи о межотраслевом балансе и ее решение. Понятие продуктивной матрицы</i>	2	2	–	–	3	7	ОПК-2.1.	ОПК-2.1. 3-1. ОПК-2.1. У-1. ОПК-2.1. У-2. ОПК-2.1. У-3.	О., Гр.д.		
8. _____	<b>Тема 8. Линейные преобразования.</b> <i>Определение и примеры (линейных и нелинейных преобразований). Существование и единственность матрицы для каждого линейного преобразования.</i>	2	2	–	–	5	9	ОПК-2.1.	ОПК-2.1. 3-1. ОПК-2.1. У-1. ОПК-2.1. У-2. ОПК-2.1. У-3.	О., Гр.д.	Р.а.з. К/р	Ин.п., Гр.п.,
9. _____	<b>Тема 9 Координаты линейного пространства. Матрица преобразования при изменении системы координат</b> <i>Формула изменения матрицы линейного пространства при изменении системы координат.</i>	2	2	–	–	3	7	ОПК-2.1.	ОПК-2.1. 3-1. ОПК-2.1. У-1. ОПК-2.1. У-2.	О., Гр.д.		

										ОПК-2.1. У-3.			
10. ___	<b>Тема 10. Собственные векторы.</b> <i>Определение и свойства собственных векторов и собственных чисел. Применение собственных векторов и собственных чисел в экономике. Диагонализация матриц</i>	2	2	–	–	3	7	ОПК-2.1.	ОПК-2.1. 3-1. ОПК-2.1. У-1. ОПК-2.1. У-2. ОПК-2.1. У-3.	О., Гр.д.			
11. ___	<b>Тема 11. Квадратичные формы.</b> <i>Приведение к канонической форме с помощью базиса из собственных векторов и методом выделения полного квадрата.</i>	2	2	–	–	5	9	ОПК-2.1.	ОПК-2.1. 3-1. ОПК-2.1. У-1. ОПК-2.1. У-2. ОПК-2.1. У-3.	О., Гр.д.	Р.а.з. К/р	Ин.п., Гр.п.,	
12. ___	<b>Тема 12. Знакоопределенность квадратичной формы.</b> <i>Положительная и отрицательная определенность формы. Закон инерции. Критерий Сильвестра</i>	2	2	–	–	3	7	ОПК-2.1.	ОПК-2.1. 3-1. ОПК-2.1. У-1. ОПК-2.1. У-2. ОПК-2.1. У-3.	О., Гр.д.			
<b>Раздел 2. Линейное программирование.</b>													
13. ___	<b>Тема 13. Линейные задачи оптимизации</b> <i>Общая и каноническая задачи линейного программирования. Допустимое и оптимальное решение задачи линейного программирования. Простейшие свойства задачи линейного программирования. Примеры экономических задач, сводимых к задаче линейного программирования.</i>	2	2	–	–	3	7	ОПК-2.1.	ОПК-2.1. 3-1. ОПК-2.1. У-1. ОПК-2.1. У-2. ОПК-2.1. У-3.	О., Гр.д.	Р.а.з. К/р	Ин.п., Гр.п.,	

14. _____	<p><b>Тема 14. Графический метод решения задач линейного программирования.</b>  <i>Системы линейных неравенств. Графический метод решения задач линейного программирования с двумя и более переменными.</i></p>	2	3	–	–	3	8	ОПК-2.1.	ОПК-2.1. 3-1. ОПК-2.1. У-1. ОПК-2.1. У-2. ОПК-2.1. У-3.	О., Гр.д.		
15. _____	<p><b>Тема 15. Симплекс-метод решения задач линейного программирования</b>  <i>Опорное решение канонической задачи линейного программирования. Базис опорного решения и его свойства. Достаточное условие оптимальности опорного решения канонической задачи линейного программирования. Симплекс-таблица и ее свойства. Начальное опорное решение и переход от одного опорного решения к другому. Теорема о неограниченности целевой функции. Решение симплексным методом канонической задачи линейного программирования. Разрешимость канонической задачи линейного программирования</i></p>	2	3	–	–	3	8	ОПК-2.1.	ОПК-2.1. 3-1. ОПК-2.1. У-1. ОПК-2.1. У-2. ОПК-2.1. У-3.	О., Гр.д.		
16. _____	<p><b>Тема 16. Метод искусственного базиса.</b>  <i>Метод искусственного базиса для нахождения первоначального опорного решения исходной канонической задачи линейного программирования. Признак оптимальности опорного решения. Условия для отсутствия оптимального решения.</i></p>	2	3	–	–	3	8	ОПК-2.1.	ОПК-2.1. 3-1. ОПК-2.1. У-1. ОПК-2.1. У-2. ОПК-2.1. У-3.	О., Гр.д.	Р.а.з. К/р	Ин.п., Гр.п.,
17. _____	<p><b>Тема 17. Теория двойственности.</b>  <i>Первая и вторая теоремы двойственности</i></p>	2	3	–	–	5	10	ОПК-2.1.	ОПК-2.1. 3-1. ОПК-2.1. У-1. ОПК-2.1. У-2. ОПК-2.1.	О., Гр.д.	Р.а.з. К/р	Ин.п., Гр.п.,

									У-3.			
18. ____	<b>Тема 18. Транспортная задача линейного программирования.</b> <i>Математическая модель. Необходимые и достаточные условия разрешимости транспортной задачи. Методы построения опорного решения транспортной задачи. Переход от одного опорного решения к другому. Достаточное условие оптимальности опорного решения. Метод потенциалов. Задача с неправильным балансом.</i>	2	2	-	-	5	9	ОПК-2.1.	ОПК-2.1. 3-1. ОПК-2.1. У-1. ОПК-2.1. У-2. ОПК-2.1. У-3.	О., Гр.д.	Р.а.з. К/р	Ин.п., Гр.п.,
	<b>Итого за 2-й семестр</b>	<b>36</b>	<b>42</b>	-	-	<b>66</b>	<b>144</b>					

**Формы учебных заданий на аудиторных занятиях:**

*Опрос (О.)*

*Групповая дискуссия (Гр.д.)*

**Формы текущего контроля:**

*Контрольные работы (К/р)*

*Расчетно-аналитические задания (р.а.з.)*

**Формы заданий для творческого рейтинга:**

*Индивидуальный и/или групповой проект (Ин.п./Гр.п.)*

### III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

##### Основная литература:

1. **Математика для экономистов** : учебник для академического бакалавриата / О. В. Татарников, Р. В. Сагитов, А. С. Чуйко, Е. В. Швед, В. Г. Шершнев ; Общ.ред. О. В. Татарников. – М. : Юрайт, 2019. – 593 с. *Режим доступа:* <https://biblio-online.ru/viewer/matematika-dlya-ekonomistov-426100>

2. **Математика для экономистов**. Практикум: учебное пособие для академического бакалавриата / О. В. Татарников [и др.] ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 285 с. *Режим доступа:* <https://biblio-online.ru/bcode/432912>

##### Дополнительная литература:

1. *Шершнев В.Г. Линейная алгебра: сборник задач с решениями* : учеб. пособие / В.Г. Шершнев. — М. : ИНФРА-М, 2018

*Режим доступа:* <http://znanium.com/catalog/product/958345>

2. *Рудык, Б. М. Линейная алгебра для экономистов: учебник и практикум для академического бакалавриата* / Б. М. Рудык, О. В. Татарников. — Москва: Издательство Юрайт, 2019.

*Режим доступа:* <https://www.biblio-online.ru/bcode/433241>

3. **Высшая математика для экономистов**: сборник задач: учеб. пособие / Г.И. Бобрик, Р.К. Гринцевичюс, В.И. Матвеев [и др.]. — 3-е изд., испр. — М.: ИНФРА-М, 2019.

*Режим доступа:* <http://znanium.com/catalog/product/989742>

4. **Общий курс высшей математики для экономистов** : учебник / под общ. ред. В.И. Ермакова. — Москва : ИНФРА-М, 2010.

*Режим доступа:* <http://znanium.com/bookread2.php?book=210735>

5. **Математика для экономического бакалавриата**: Учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. - М.: ИНФРА-М, 2011.

*Режим доступа:* <http://znanium.com/catalog/product/221082>

#### ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННО-СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

В рамках изучения дисциплины «Линейная алгебра» не используются.

#### ПЕРЕЧЕНЬ ЭЛЕКТРОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ

1. Тихонов С.В. "Линейная алгебра\_38.03.01" (электронный образовательный ресурс, размещенный в ЭИОС РЭУ им. Г.В. Плеханова) <http://study.rea.ru>

## ПЕРЕЧЕНЬ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ БАЗ ДАННЫХ

Не используются.

## ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ "ИНТЕРНЕТ", НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>
2. <http://wolframalpha.com>
3. <http://mathhelpplanet.com/static.php>
4. <http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/teacher/courses.asp>
5. <https://www.geogebra.org/>

## ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

№ п/п	Перечень информационных технологий, программного обеспечения
1	Отечественная операционная система
2	Прикладной пакет документов

## МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «*Линейная алгебра*» обеспечена:

для проведения занятий лекционного типа:

– учебной аудиторией, оборудованной учебной мебелью, мультимедийными средствами обучения для демонстрации лекций-презентаций;

для проведения занятий семинарского типа (*практические занятия*):

– учебной аудиторией, оборудованной учебной мебелью и техническими средствами обучения;

для самостоятельной работы:

– помещением для самостоятельной работы, оснащенным компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде университета.

## IV. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

➤ Методические рекомендации по организации и выполнению внеаудиторной самостоятельной работы.

## V. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации формируют рейтинговую оценку работы обучающегося. Распределение баллов при формировании рейтинговой оценки работы обучающегося осуществляется в соответствии с «Положением о рейтинговой системе оценки успеваемости и качества знаний студентов в процессе освоения дисциплины «*Линейная алгебра*» в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова».

Таблица 4

Виды работ	Максимальное количество баллов
Выполнение учебных заданий на аудиторных занятиях	20
Текущий контроль	20
Творческий рейтинг	20
Промежуточная аттестация (экзамен)	40
<b>ИТОГО</b>	<b>100</b>

В соответствии с Положением о рейтинговой системе оценки успеваемости и качества знаний обучающихся «преподаватель кафедры, непосредственно ведущий занятия со студенческой группой, обязан проинформировать группу о распределении рейтинговых баллов по всем видам работ на первом занятии учебного модуля (семестра), количестве модулей по учебной дисциплине, сроках и формах контроля их освоения, форме промежуточной аттестации, снижении баллов за несвоевременное выполнение выданных заданий. Обучающиеся в течение учебного модуля (семестра) получают информацию о текущем количестве набранных по дисциплине баллов через личный кабинет студента».

## VI. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ<sup>1</sup>

Оценочные средства по дисциплине разработаны в соответствии с Положением о фонде оценочных средств в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова».

<sup>1</sup>В данном разделе приводятся примеры оценочных средств

### ***Типовой перечень вопросов к экзамену:***

1. Линейное пространство как основной объект изучения курса линейной алгебре. Аксиоматика линейного пространства.
2. Пространство  $n$ -мерных точек  $R^n$ . Векторы в пространстве  $R^n$ . Умножение вектора на число и сложение векторов.
3. Правило треугольника. Скалярное произведение векторов.
4. Расстояние между точками. Угол между векторами. Критерий равенства  $n$ -мерных векторов. Коллинеарные и пропорциональные векторы.
5. Понятие матрицы. Прямоугольные матрицы. Сложение матриц и умножение матрицы на число. Умножение вектора и матрицы. Произведение матриц.
6. Линейное уравнение с  $n$  неизвестными. Формы записи системы линейных уравнений. Базисные и свободные неизвестные. Разрешенные системы линейных уравнений. Общее решение системы линейных уравнений. Частное и базисное решение системы линейных уравнений.
7. Равносильные системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
8. Теорема о решении однородной системы линейных уравнений.
9. Определение и свойства линейно зависимых и линейно независимых систем векторов. Разложение вектора по линейно независимой системе векторов.
10. Теорема Штейница
11. Максимальная линейно независимая часть и базис системы векторов. Отыскание базиса системы векторов методом Гаусса.
12. Определение и свойства ранга системы векторов. Основная теорема о ранге системы векторов. Критерий разложения вектора по системе векторов (в терминах ранга системы векторов).
13. Диагональная и квазидиагональная системы векторов. Линейные комбинации векторов и разложение вектора по системе векторов.
14. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений.
15. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальный набор решений (ФНР). Общее решение неоднородной системы линейных уравнений в векторной форме.
16. Произведение матриц. Транспонирование матриц. Обратимая матрица. Невырожденность обратной матрицы. Обратимость невырожденной матрицы. Отыскание обратной матрицы методом Гаусса.
17. Решение матричных уравнений. Ранг матрицы. Преобразования матрицы, не меняющие ее ранга. Теорема о ранге матрицы. Ранг произведения матриц.
18. Определители матриц  $n$ -го порядка. Свойства определителя матрицы. Критерий равенства нулю определителя матрицы.
19. Определитель произведения матриц. Теорема Крамера..
20. Линейная модель производства. Формулировка задачи о межотраслевом балансе и ее решение.
21. Понятие продуктивной матрицы. Отношение порядка для продуктивных матриц как бинарное отношение.
22. Определение линейного преобразования. Примеры линейных и нелинейных преобразований.
23. Существование и единственность матрицы линейного преобразования.
24. Координаты линейного пространства.
25. Формула изменения матрицы линейного пространства при изменении системы координат.
26. Определение и свойства собственных векторов и собственных чисел.
27. Применение собственных векторов и собственных чисел в экономике.
28. Диагонализация матрицы приведением к базису из собственных векторов
29. Положительная и отрицательная определенность формы.

30. Закон инерции.
31. Критерий Сильвестра
32. Предмет математического программирования. Математическая модель экономической задачи. Общая задача математического программирования.
33. Примеры составления математических моделей задач линейного программирования. Задача об использовании ресурсов. Задача о рации.
34. Различные формы записи задач линейного программирования.
35. Приведение общей задачи линейного программирования к каноническому виду.
36. Решение линейных неравенств. Графический метод решения задач линейного программирования с двумя переменными.
37. Графический метод решения задачи линейного программирования с  $n$  переменными.
38. Теорема об экстремуме целевой функции задачи линейного программирования.
39. Теорема о существовании опорного решения.
40. Базис опорного решения и теорема о существовании базиса опорного решения
41. Связь между базисом системы векторов условий канонической задачи и базисом опорного решения. Конечность числа опорных решений.
42. Теорема об оптимальных решениях канонической задачи.
43. Свойства симплексной таблицы.
44. Достаточное условие оптимальности опорного решения канонической задачи.
45. Теорема о неограниченности целевой функции.
46. Решение симплексным методом канонической задачи линейного программирования.
47. Теорема о разрешимости канонической задачи.
48. Искусственная задача линейного программирования и ее свойства.
49. Теорема о методе искусственного базиса решения задач линейного программирования.
50. Транспортная задача линейного программирования: содержательная и математическая постановка.
51. Необходимое и достаточное условия разрешимости транспортной задачи.
52. Свойство системы ограничений транспортной задачи. Взаимосвязь линейной зависимости векторов условий и циклов.
53. Опорное решение транспортной задачи, методы его построения
54. Признак оптимальности опорного решения транспортной задачи.
55. Алгоритм метода потенциалов решения транспортной задачи. Особенности решения транспортной задачи с неправильным балансом.

### ***Типовые расчетно-аналитические задания:***

1. Системы уравнений привести к равносильным разрешенным системам, включив в набор разрешенных неизвестных  $x_1, x_2, x_3$ . Записать общее решение, найти соответствующее базисное решение. Переразрешить систему и записать новое общее и соответствующее базисное решения.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 6x_4 + 10x_5 = 10, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 + 13x_5 = 12, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 10x_4 + 18x_5 = 18. \end{cases}$$

2. Для данной системы уравнений найти фундаментальный набор решений соответствующей ей однородной системы уравнений, и записать в векторном виде общее решение.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_5 + 2x_6 = -4, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 + 8x_5 + 6x_6 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 5x_5 + 6x_6 = 2, \\ \quad + 4x_2 - 6x_3 - 2x_4 - 2x_5 + 2x_6 = -10. \end{cases}$$

3. Решить системы уравнений, используя формулы Крамера:

$$\begin{cases} 12x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 4x_4 = 33, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 2, \\ 8x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 23, \\ 9x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 18. \end{cases}$$

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы  $A$ . Записать матрицу  $T$ , приводящую матрицу  $A$  к диагональному виду. Найти произведение матриц  $T^{-1}AT$ .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Решите задачу линейного программирования симплексным методом:

$$\begin{aligned} Z(X) &= 3x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \max, \\ \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 12, \\ x_j \geq 0, \forall j. \end{cases} \end{aligned}$$

6. Решите задачу линейного программирования методом искусственного базиса:

$$\begin{aligned} Z(X) &= -2x_1 + x_2 + 8x_3 - 2x_4 \rightarrow \min, \\ \begin{cases} 5x_1 - x_2 - 7x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 - 4x_3 + x_4 = 2, \\ x_j \geq 0, \forall j. \end{cases} \end{aligned}$$

### **Примеры вопросов для опроса:**

1 Систему векторов

$$\alpha_1 = (0, -1, 2, 0), \alpha_2 = (0, 4, -8, -2), \alpha_3 = (1, 2, -3, 5), \alpha_4 = (2, 3, -4, 4), \alpha_5 = (1, 2, -3, 3)$$

преобразовать методом Гаусса в квазидиагональную.

2 Выяснить, разлагается ли вектор  $\beta$  по системе векторов  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ :

$$\beta = (5, 1, 5, 3), \alpha_1 = (3, 1, 2, 2), \alpha_2 = (7, 2, 1, 3), \alpha_3 = (-5, -2, -1, -3), \alpha_4 = (11, 3, 3, 5)$$

3 Выяснить, является ли система векторов

$$\alpha_1 = (0, 1, 1, 0), \alpha_2 = (1, 1, 3, 1), \alpha_3 = (1, 3, 5, 1), \alpha_4 = (0, 1, 1, -2)$$

линейно зависимой или линейно независимой:

4 Найти базис системы векторов  $\alpha_1 = (1, 2, 1), \alpha_2 = (2, 1, 3), \alpha_3 = (1, 5, 0), \alpha_4 = (2, -2, 4)$

и векторы, не входящие в базис, разложить по базису.

### **Примеры тем групповых дискуссий:**

1. Примеры экономических задач, для решения которых применяются методы линейной алгебры
2. Модель Леонтьева, продуктивные матрицы
3. Задача линейного программирования: классические задачи.

### **Примеры типовых заданий для контрольных работ:**

#### **Вариант 1.**

№	Задание
1.	<p>2. Найти ранг и базис системы векторов, перейти к новому базису. Записать разложения векторов по найденным базисам.</p> $  \begin{array}{ccccc}  A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\  \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \\ -8 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix}  \end{array}  $
2.	<p>Решить задачу о межотраслевом балансе:</p> $  X = \begin{pmatrix} 246 & 174 \\ 164 & 116 \end{pmatrix}, \bar{x} = \begin{pmatrix} 820 \\ 580 \end{pmatrix}, \bar{y}^* = \begin{pmatrix} 500 \\ 400 \end{pmatrix}.  $
3.	<p>Квадратичную форму <math>F(X) = X^T A X</math> привести к каноническому виду <math>F(Y) = Y^T A^* Y</math>. Найти матрицу <math>C</math> преобразования <math>X = CY</math>, приводящего <math>F(X)</math> к виду <math>F(Y)</math>.</p> $  F(X) = x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2^2 + 2x_2x_3 + 4x_3^2.  $
4.	<p>Решите задачу линейного программирования с двумя переменными графическим методом:</p> $  Z(X) = 2x_1 - 6x_2 \rightarrow \max,  $

	$\begin{cases} -4x_1 + 3x_2 \geq -12, \\ -2x_1 + 6x_2 \leq 12, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$
--	---

**Тематика групповых и/или индивидуальных проектов:**

1. Геометрическая интерпретация систем линейных уравнений с двумя переменными и ее связь с классификацией систем линейных уравнений
2. Примеры линейных пространств и подпространств.
3. Модель Леонтьева
4. Использование собственных векторов в экономике
5. Задача о рационе и задача о распределении ресурсов как классические задачи линейного программирования.
6. Применение ЗЛП в экономике
7. Использование транспортной задачи в других экономических приложениях

**Типовая структура экзаменационного билета**

Наименование оценочного средства	Максимальное количество баллов
Задание 1.	7 баллов
Задание 2.	7 баллов
Задание 3.	5 баллов
Задание 4.	7 баллов
Задание 5.	7 баллов
Задание 6.	7 баллов

**Показатели и критерии оценивания планируемых результатов освоения компетенций и результатов обучения, шкала оценивания**

Таблица 5

Шкала оценивания	Формируемые компетенции	Индикатор достижения компетенции	Критерии оценивания	Уровень освоения компетенций	
85 – 100	«отлично»	ОПК-2. Способен осуществ-	ОПК-2.1. Использует основ- ✓ методы поиска и системати-	Знает верно и в полном объеме: Знает методы поиска и системати-	Продвинутый

баллов		<p>лать сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач</p>	<p>ные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных</p>	<p>защиты информации об экономических процессах и явлениях</p> <p><b>Умеет верно и в полном объеме:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных экономических задач;</li> <li>✓ рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы;</li> <li>✓ представить наглядную визуализацию данных</li> </ul>	
70 – 84 баллов	«хорошо»	<p>ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач</p>	<p>ОПК-2.1. Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных</p>	<p><b>Знает с незначительными замечаниями:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях</li> </ul> <p><b>Умеет с незначительными замечаниями:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных экономических задач;</li> <li>✓ рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы;</li> <li>✓ представить наглядную визуализацию данных</li> </ul>	Повышенный
50 – 69 баллов	«удовлетворительно»	<p>ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач</p>	<p>ОПК-2.1. Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных</p>	<p><b>Знает на базовом уровне, с ошибками:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях</li> </ul> <p><b>Умеет на базовом уровне, с ошибками:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных экономических задач;</li> <li>✓ рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих</li> </ul>	Базовый

				<p>субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы;</p> <p>✓ представить наглядную визуализацию данных</p>	
<p>менее 50 баллов</p>	<p>«неудовлетворительно»</p>	<p>ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач</p>	<p>ОПК-2.1. Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных</p>	<p><b>Не знает на базовом уровне:</b></p> <p>✓ методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях</p> <p><b>Не умеет на базовом уровне:</b></p> <p>✓ работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных экономических задач;</p> <p>✓ рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы;</p> <p>✓ представить наглядную визуализацию данных</p>	<p><b>Компетенции не сформированы</b></p>