

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Антипова Наталья Викторовна  
Должность: и.о. директора филиала  
Дата подписания: 21.09.2024 14:46:23  
Уникальный программный ключ:  
fae5412acb1bf810dc69e6bc004ac45622b84b3a

Приложение 6  
к основной профессиональной образовательной  
программе  
по направлению подготовки 38.03.01 Экономика  
направленность (профиль) программы  
«Финансы и кредит»

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования**

**«Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова»**

**Улан-Баторский филиал РЭУ им. Г.В. Плеханова**



Одобрено  
на заседании Совета Улан-Баторского  
филиала РЭУ им. Г.В. Плеханова  
протокол № 08 от «25» апреля 2024г.  
Председатель совета  
Н.В. Антипова

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**

**по дисциплине Б1.О.18 Математический анализ**

<b>Направление подготовки</b>	<b>38.03.01 Экономика</b>
<b>Направленность (профиль) программы</b>	<b>Финансы и кредит</b>
<b>Уровень высшего образования</b>	<b>Бакалавриат</b>

**Год начала подготовки 2024**

Улан-Батор – 2024 г.

Оценочные материалы одобрены на заседании междисциплинарной кафедры  
10.04.2024 г. протокол № 9

## ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по дисциплине «Математический анализ»

### ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ И ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Формируемые компетенции (код и наименование компетенции)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование индикатора)	Результаты обучения (знания, умения)	Наименование контролируемых разделов и тем
<p><i>ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач</i></p>	<p><i>ОПК-2.1. Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных</i></p>	<p><i>ОПК-2.1. 3-1. Знает методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях</i></p>	<p><b>Раздел 1. Введение в математический анализ.</b> Тема 1. Множества и функции. Тема 2. Предел последовательности Тема 3. Предел функции. Тема 4. Непрерывность функции. <b>Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.</b> Тема 5. Дифференцируемость и производная. Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Тема 7. Исследование функций методами дифференциального исчисления. <b>Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.</b> Тема 8. Функции нескольких переменных. Тема 9. Дифференцируемость и производные. Тема 10. Экстремум функции нескольких переменных. <b>Раздел 4. Интегральное исчисление.</b> Тема 11. Неопределённый интеграл. Тема 12. Определённый интеграл и его приложения. Тема 13. Несобственные интегралы. Тема 14. Кратные интегралы. <b>Раздел 5. Дифференциальные уравнения.</b> Тема 15. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Задача Коши. Тема 16. Дифференциальные уравнения первого порядка. Тема 17. Дифференциальные уравнения высших порядков. Тема 18. Линейные дифференциальные уравнения. <b>Раздел 6. Ряды.</b> Тема 19. Числовые ряды. Тема 20. Степенные ряды. Ряд Тейлора.</p>
		<p><i>ОПК-2.1. У-1. Умеет работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных экономических задач.</i></p>	
		<p><i>ОПК-2.1. У-2. Умеет рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы</i></p>	
		<p><i>ОПК-2.1. У-3. Умеет представить наглядную визуализацию данных</i></p>	

# МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

## Перечень учебных заданий на аудиторных занятиях

Индикаторы достижения *ОПК-2.1*

### Вопросы для опроса

#### Раздел 1. Введение в математический анализ

1. Что такое множество? Привести примеры.
2. Что такое подмножество?
3. Каким образом задаётся множество?
4. Что такое конечное, бесконечное и пустое множество?
5. Что такое кванторы?
6. Дать определения операций над множествами.
7. Какими свойствами обладают операции над множествами?
8. Дать определение верхней (нижней) грани и точной верхней (нижней) грани числового множества.
9. Дать определение счетного множества.
10. Что такое декартово произведение множеств?
11. Что такое мощность множества?
12. Какое множество обладает мощностью континуума?
13. Дать определение функции.
14. Какими способами могут быть заданы функции?
15. Что такое сложная, обратная функции? Привести примеры.
16. Какие функции называются основными элементарными и элементарными?
17. Какие функции называются алгебраическими, рациональными и трансцендентными?
18. Дать определение числовой последовательности.
19. Какая последовательность называется ограниченной (неограниченной)? Привести примеры.
20. Какая последовательность называется бесконечно малой (большой)? Привести примеры.
21. Как взаимосвязаны бесконечно малая последовательность и последовательность обратных величин ее членов?
22. Какими свойствами обладают бесконечно малые последовательности?
23. Сформулировать определение предела последовательности.
24. Какая последовательность называется сходящейся (расходящейся)? Привести примеры.
25. Какими свойствами обладают сходящиеся последовательности?
26. Привести примеры монотонных последовательностей.
27. Сформулировать теорему Больцано-Коши.
28. Сформулировать теорему Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности.
29. Дать определение конечного и бесконечного предела функции по Коши на языке  $\varepsilon$ - $\delta$  при  $x \rightarrow x_0$  и  $x \rightarrow \infty$ .
30. Каков геометрический смысл предела при  $x \rightarrow x_0$  и  $x \rightarrow \infty$ ?
31. Что такое односторонние пределы?
32. В чём состоят необходимые и достаточные условия существования предела функции?
33. Что такое бесконечно малые и бесконечно большие функции и как они взаимосвязаны?
34. Какими свойствами обладают бесконечно малые функции?

35. Сформулировать теоремы о представлении функции в виде суммы предела и бесконечно малой функции.
36. Какими свойствами обладают пределы функций?
37. Сформулировать и доказать первый замечательный предел.
38. Сформулировать и доказать второй замечательный предел.
39. Что такое непрерывное начисление процентов.
40. Записать формулы наращенной и приведенной сумм финансовой ренты.
41. Что значит сравнить бесконечно малые функции?
42. Какие бесконечно малые функции называются эквивалентными?
43. Дать определение непрерывности функции в точке?
44. Какая функция называется непрерывной на отрезке?
45. Какие действия можно выполнять над непрерывными функциями?
46. Доказать непрерывность некоторых основных элементарных функций.
47. Какими свойствами обладают непрерывные функции?
48. Что такое точка разрыва функции?

## Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

1. Дать определение производной функции.
2. Как взаимосвязаны непрерывность и дифференцируемость функций.
3. Вывести формулы правил дифференцирования функций.
4. Вывести формулы дифференцирования основных элементарных функций.
5. Записать таблицу производных функций.
6. Сформулировать правило нахождения производной сложной функции.
7. Как найти производную показательной-степенной функции?
8. Что такое логарифмическая производная?
9. Как найти производную неявной функции?
10. Что такое дифференциал функции и каковы его свойства?
11. Каков геометрический смысл дифференциала?
12. Как применяется дифференциал для приближённых вычислений?
13. Что такое дифференциалы высших порядков?
14. Что такое эластичность функции и каковы её свойства?
15. Каков геометрический и экономический смысл эластичности функции?
16. Что такое предельные издержки, предельная выручка, предельная прибыль?
17. Сформулировать теорему Ролля и привести примеры её применения.
18. Сформулировать теорему Лагранжа, объяснить её геометрический смысл.
19. Сформулировать теорему Коши.
20. Когда можно использовать правило Лопиталя?
21. Записать формулу Тейлора и её остаточный член.
22. Записать формулу Маклорена и её остаточный член.
23. Записать разложения по формуле Маклорена функций  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $(1+x)^n$ .
24. Привести примеры применения формулы Маклорена для вычисления значений функций и нахождения пределов.
25. Что такое дюрация и выпуклость купонной облигации?
26. Как используется формула Маклорена для сравнения эффективности финансовых операций?
27. Сформулировать необходимые и достаточные признаки монотонности функции.
28. Сформулировать достаточные признаки экстремума функции с использованием первой и второй производной.
29. Сформулировать необходимые и достаточные признаки выпуклости, вогнутости функции.

30. Записать уравнение асимптоты и формулы для нахождения параметров асимптоты.

### **Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

1. Дать определение функции нескольких переменных.
2. Дать определение предела функции нескольких переменных по Коши и по Гейне.
3. Записать частные и полное приращения функции нескольких переменных.
4. Сформулировать правило нахождения частных производных.
5. Каков геометрический смысл частных производных.
6. Что такое функция полезности и её линии безразличия?
7. Записать функцию Кобба-Дугласа.
8. В чем состоит суть метода хорд и метода касательных?
9. Как находится внутренняя доходность купонных облигаций?
10. Сформулировать необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции двух переменных.
11. Записать полный дифференциал функции двух переменных.
12. Записать формулу производной функции по направлению.
13. Что такое градиент функции и каковы его свойства?
14. В каком случае смешанные частные производные равны.
15. Записать полный дифференциал функции  $n$  переменных.
16. Что такое функция полезности и задача потребительского выбора?
17. Что такое кривая безразличия. Предельная норма замещения?
18. Что такое функция спроса?
19. Записать формулу Тейлора для функции двух переменных и её остаточный член.
20. Сформулировать необходимые и достаточные признаки экстремума функции двух переменных.
21. Сформулировать постановку задачи на условный экстремум.
22. Что такое функция и множители Лагранжа.
23. Записать систему уравнений для нахождения критических точек в методе множителей Лагранжа.
24. Как найти абсолютный экстремум функции нескольких переменных?
25. Привести примеры использования методов нахождения условного экстремума при решении экономических задач.

### **Раздел 4. Интегралы**

1. Что такое первообразная функция?
2. Сформулировать теорему о существовании первообразной функции.
3. Дать определение неопределённого интеграла.
4. Каков геометрический смысл неопределённого интеграла?
5. Какими свойствами обладает неопределённый интеграл?
6. Записать таблицу неопределённых интегралов.
7. Как найти интеграл от функции, содержащий квадратный трёхчлен в знаменателе?
8. Записать формулу интегрирования по частям.
9. Как выделить правильную дробь из неправильной?
10. Какие виды подстановок используются при нахождении интегралов от иррациональных функций?
11. Какие виды подстановок используются при нахождении интегралов от тригонометрических функций?
12. Какие виды тригонометрических подстановок используются при нахождении интегралов от иррациональных функций?
13. Приведите примеры интегралов, которые не выражаются через элементарные функции.

14. Какие задачи приводят к понятию определённого интеграла и в чём заключается алгоритм их решения?
15. Что такое интегральная сумма и какими свойствами она обладает?
16. Дать определение определённому интегралу.
17. Сформулировать свойства определённого интеграла.
18. В чём особенность методов нахождения определённых интегралов?
19. Что такое несобственные интегралы и каких видов они бывают?
20. Каков геометрический смысл несобственных интегралов?
21. Сформулировать теоремы о сходимости несобственных интегралов с бесконечными пределами и от разрывных функций.
22. Записать формулы для вычисления: площади фигуры, объёма тела вращения, длины дуги кривой.
23. Записать формулы приближённого вычисления определённого интеграла: прямоугольников, трапеций, Симпсона.
24. Привести примеры использования интегрального исчисления при решении экономических задач.
25. Что такое кривая Лоренца относительного распределения дохода?
26. Что такое коэффициент Джинни неравномерности распределения дохода?

### **Раздел 5. Дифференциальные уравнения**

1. Какое уравнение называется дифференциальным и как найти его порядок? Привести примеры.
2. Дать определение общего и частного решений, общего и частного интеграла дифференциального уравнения.
3. Как найти дифференциальное уравнение по его решению? Привести примеры.
4. Какое дифференциальное уравнение называется уравнением с разделяющимися переменными?
5. Какая функция называется однородной?
6. Как определить порядок измерения однородной функции? Привести примеры.
7. С помощью, какой замены переменных решаются дифференциальные уравнения с однородными функциями?
8. Какое дифференциальное уравнение называется линейным?
9. Какая подстановка используется при решении линейного дифференциального уравнения первого порядка?
10. В чём суть метода вариации произвольной постоянной?
11. Какими способами можно решить уравнение Бернулли?
12. Как проверить, что уравнение является уравнением в полных дифференциалах?
13. Как решается уравнение в полных дифференциалах?
14. Записать общий вид линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
15. Записать общий вид характеристического уравнения для линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
16. Как находится общее решение однородного и неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка?
17. Что такое модель естественного роста выпуска?
18. Что такое динамическая модель Кейнса?

### **Раздел 6. Ряды**

1. Что называется числовым рядом?
2. Какими способами может быть задан ряд?
3. Какой ряд называется сходящимся?
4. Что такое частичная сумма ряда и что такое остаток ряда?
5. Какими свойствами обладают сходящиеся числовые ряды?

6. Сформулировать необходимый признак сходимости числового ряда.
7. Как использовать следствие необходимого признака сходимости числового ряда.
8. Сформулировать признаки сравнения знакоположительных числовых рядов.
9. Сформулировать признак Даламбера сходимости числового ряда.
10. Сформулировать интегральный признак Коши.
11. Сформулировать радикальный признак Коши.
12. Сформулировать необходимые и достаточные условия сходимости степенного ряда к функции, для которой он составлен.
13. Записать ряд Тейлора и его остаточный член.
14. Записать ряд Маклорена и его остаточный член.
15. Записать разложения в ряд Маклорена функций:  $e^x, \sin x, \cos x, (1+x)^\alpha, \ln(1+x), \operatorname{arctg}x, \arcsin x$ .

## Тематика групповых дискуссий

### Раздел 1. Введение в математический анализ

1. Привести пример последовательности неограниченной сверху и снизу.
2. Доказать, используя *определение предела последовательности*:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2}{n^2 - 4} = 3$ .
3. Пусть  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$  не существует. Могут ли иметь предел последовательности:  $\{a_n + b_n\}, \{a_n b_n\}, \left\{ \frac{a_n}{b_n} \right\}$ ?
4. Сформулировать на языке  $\varepsilon - \delta$  определение:  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$ .
5. Сформулировать на языке  $\varepsilon - \delta$  определение:  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ . Сформулировать на языке  $\varepsilon - \delta$  определение:  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$ .

### Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

1. Что можно сказать о дифференцируемости суммы  $f(x) + g(x)$  в точке  $x = x_0$  если, в этой точке:
  - а) функция  $f(x)$  дифференцируема, а функция  $g(x)$  не дифференцируема;
  - б) обе функции  $f(x)$  и  $g(x)$  не дифференцируемы.
2. Пусть функция  $f(x)$  дифференцируема в точке  $x_0$  и  $f(x_0) \neq 0$ , а функция  $g(x)$  не дифференцируема в этой точке. Доказать, что произведение  $f(x)g(x)$  является недифференцируемым в точке  $x_0$ .
3. Исходя из определения производной, доказать, что
  - а) производная периодической дифференцируемой функции есть функция периодическая;
  - б) производная четной дифференцируемой функции есть функция нечетная;
  - в) производная нечетной дифференцируемой функции есть функция четная.
4. Доказать, что если функция  $f(x)$  дифференцируема в точке  $x = 0$  и  $f(0) = 0$ , то  $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ .
5. Доказать, что производная  $f'(0)$  не существует, если  $f(x) = \begin{cases} x \sin(1/x), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$



### Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

1. Существует ли предел  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x-y}{x+y}$  ?
2. Привести пример функции  $z = f(x, y)$  разрывной вдоль гиперболы  $xy = 6$ .
3. Привести пример функции  $z = f(x, y)$ , имеющей частные производные, но недифференцируемой в некоторой точке.
4. Привести пример функции  $z = f(x, y)$ , для которой  $z''_{xy} \neq z''_{yx}$ .
5. Вывести приближённую формулу  $f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) \approx f(x_0, y_0) + df(x_0, y_0)$  и указать её геометрический смысл.

### Раздел 4. Интегралы

1. Доказать, что первообразная чётной функции – функция нечётная.
2. Может ли сумма двух неинтегрируемых на отрезке функций быть интегрируемой на нём?
3. Привести пример неинтегрируемой функции.
4. Какой из интегралов больше:  $\int_0^1 \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 dx$  или  $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$  ?
5. Пусть  $f(x)$  – непрерывная периодическая функция с периодом  $T$ . Доказать, что

$$\int_a^{a+T} f(x) dx = \int_0^T f(x) dx.$$

### Раздел 5. Дифференциальные уравнения

1. Кривая проходит через точку  $A(2; -1)$  и обладает тем свойством, что угловой коэффициент касательной в любой её точке пропорционален квадрату ординаты точки касания с коэффициентом пропорциональности  $p = 3$ . Найти уравнение этой кривой.
2. Фирма подготовила для реализации новый продукт. Для его продвижения была проведена рекламная кампания, в результате которой о новинке из 10000 потенциальных покупателей узнали 2500 человек. После этого сведения о новом товаре распространяются с помощью передачи информации от одного человека к другому. Считая, что скорость распространения информации о товаре пропорциональна числу покупателей, не знающих о нём, определить закон распространения рекламной информации о данном товаре.
3. Население Солнечного города удвоилось за период от 2000 до 2020 года с 100000 до 200000 человек. Считая, что скорость прироста населения пропорциональна его наличному количеству, определить зависимость количества населения Солнечного города от времени.
4. Температура вынутого из печи хлеба в течение  $\tau_1 = 20$  мин падает от  $t_0 = 100$  °С до  $t_1 = 60$  °С. Температура окружающего воздуха  $t_c = 25$  °С. Через какое время от момента начала охлаждения температура хлеба понизится до  $t_k = 30$  °С?
5. Моторная лодка движется в спокойной воде со скоростью 5 м/сек. На полном ходу ее мотор выключается и через 40 сек после этого скорость лодки уменьшается до 2 м/сек. Определить скорость лодки через 2 минуты после остановки мотора, считая, что сопротивление воды пропорционально скорости движения лодки.

### Раздел 6. Ряды

1. Ряды  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  сходятся. Доказать, что ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$  сходится, если  $a_n \leq c_n \leq b_n$ .

2. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  ( $a_n \geq 0$ ) сходится. Доказать, что ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$  тоже сходится. Показать, что

обратное утверждение неверно.

3. Ряды  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$  сходятся. Доказать, что ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| |b_n|$  тоже сходится.

4. Ряды  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$  сходятся. Доказать, что ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)^2$  тоже сходится.

5. Пусть ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится и  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ . Можно ли утверждать, что сходится ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$

? Рассмотреть пример  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} + \frac{1}{n} \right]$ .

1.

### Критерии оценки (в баллах):

- 10 баллов по результатам опросов и 10 баллов за участие в групповых дискуссиях выставляется обучающемуся, если он правильно и полно отвечает на все вопросы и активно участвует в дискуссии, демонстрируя высокую способность понимать проблемы и критически их анализировать, продемонстрирован высокий уровень понимания материала; принимает обоснованные оптимальные решения; уровень освоения компетенций соответствует продвинутому уровню.

- 5 - 9 баллов по результатам опросов и 5 - 9 баллов за участие в групповых дискуссиях выставляется обучающемуся, если он частично правильно и/или неполно отвечает на большую часть вопросов и эпизодически участвует в дискуссии, демонстрируя хорошую способность понимать проблемы и критически их анализировать, продемонстрирован хороший уровень понимания материала; принимает обоснованные оптимальные решения; уровень освоения компетенций соответствует повышенному уровню.

- 1 - 4 балла по результатам опросов и 1 - 4 балла за участие в групповых дискуссиях выставляется обучающемуся, если он частично правильно и/или неполно отвечает на некоторые вопросы и редко участвует в дискуссии, демонстрируя невысокую способность понимать проблемы и критически их анализировать, продемонстрирован средний уровень понимания материала; принимает не всегда обоснованные оптимальные решения; уровень освоения компетенций соответствует базовому уровню.

- 0 баллов по результатам опросов и 0 баллов за участие в групповых дискуссиях по каждой теме выставляется обучающемуся, если он не отвечает на вопросы и не участвует в дискуссии, демонстрируя неспособность понимать проблемы и критически их анализировать, продемонстрирован низкий уровень понимания материала. Компетенции не сформированы.

## Задания для текущего контроля

### Комплект заданий для контрольной работы

Индикаторы достижения *ОПК-2.1*

## Задания для текущего контроля

Типовые задания для контрольной работы:

Индикаторы достижения: *ОПК-2.1*.

### Контрольная работа №1

#### Вариант 1

<b>1. Вычислить пределы, не используя правила Лопиталя:</b>				
А)	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{5n+3}{5n+1} \right)^{-3n}$		2,5 балла	
Б)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{7x^2 - 3x - 4}{x^2 - 4x + 3}$			
В)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \cdot \ln(1+x)}{1 - \cos 8x}$			
<b>2. Вычислить пределы, используя правила Лопиталя:</b>				
А)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$	В)	$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$	2,5 балла
<b>3. Исследовать функцию на непрерывность и определить характер её точек разрыва:</b>				
$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$			2,5 балла	
<b>4. Найти производные указанного порядка для функций:</b>				
А)	$y = \frac{2x+1}{\ln x}, y' = ?$	В)	$y = \frac{x+7}{1-2x}, y'' = ?$	2,5 балла

#### Вариант 2

<b>1. Вычислить пределы, не используя правила Лопиталя:</b>				
А)	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{n^2+1}{n^2+5} \right)^{n^2+n+1}$		2,5 балла	
Б)	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 3x - 4}{x^2 + 4x + 3}$			
В)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \ln(1+x)}{1 - \cos 8x - x^2}$			
<b>2. Вычислить пределы, используя правила Лопиталя:</b>				
А)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^2 - \operatorname{tg} x}$	В)	$\lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{1}{x+1} - \frac{1}{\sin \pi x} \right)$	2,5 балла
<b>3. Исследовать функцию на непрерывность и определить характер её точек разрыва:</b>				
$y = \frac{x^2 + x - 2}{x x-1 }$			2,5 балла	
<b>4. Найти производные указанного порядка для функций:</b>				

A)	$y = \frac{\sqrt{x+1}}{\sin x}, y' = ?$	B)	$y = \frac{e^x + 7}{1 - e^x}, y'' = ?$	2,5 балла
----	---	----	--	-----------

### Вариант 3

№	Задание	
1.	Найти область определения функции: $y = \frac{ctg 2x}{x-2}$ .	2,5 балла
2.	Вычислить предел, <u>не используя</u> правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4^x + 5^{x-1}}{5 \cdot 2^{3x} + 7 \cdot 5^x}$ .	2,5 балла
3.	Вычислить предел, <u>не используя</u> правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2}$ .	
4.	Исследовать функцию на непрерывность и охарактеризовать её точки разрыва: $y = \frac{x^2 - 9}{ x + 3 }$ .	
5.	Вычислить предел <u>с помощью</u> правила Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin 2x}{\ln \sin x}$ .	2,5 балла
6.	Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 6x + 1}{\cos \frac{\pi x}{2}}$ .	
7.	Найти $f''(x_0)$ , если $f(x) = e^x (\cos 2x + 2 \sin 2x), x_0 = \pi / 2$ .	2,5 балла

### Критерии оценки (в баллах) (за одно задание из четырех):

- 2,5 балла выставляется обучающемуся, если он задание решил верно, в том числе без арифметических ошибок, с применением свойств и формул, демонстрируя продвинутый уровень освоения;
- 2 балла выставляется обучающемуся, если он при решении задания допустил арифметические ошибки, но применил верные свойства и формулы, демонстрируя повышенный уровень освоения компетенций;
- 1 балл выставляется обучающемуся, если он частично правильно и/или неполно решил задание, демонстрируя базовый уровень освоения компетенций;
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если он не решил задание, компетенции не сформированы.

### Контрольная работа №2

#### Вариант 1

1.	Исследовать функцию $y = 2 \ln x^3 - 5x + \frac{x^2}{2}$ на монотонность и указать её точки экстремума; определить характер выпуклости и абсциссы точек перегиба графика этой функции.	2,5 балла
2.	Определить уравнения асимптот графика функции $y = \frac{x^3 - 1}{4x^2 - 3x - 1}$ .	2,5 балла
3.	Используя полный дифференциал, найти приближенное значение выражения $\operatorname{arctg} \frac{0,97}{1,02}$ .	2,5 балла

4.	Исследовать на экстремум функцию $z = x^4 - x^2 - 2xy - 8x + y^2 + 8y$ .	2,5 балла
----	--	-----------

### Вариант 2

1.	Исследовать функцию $y = x + \arctg \frac{1}{x}$ на монотонность и указать её точки экстремума; определить характер выпуклости и абсциссы точек перегиба графика этой функции.	2,5 балла
2.	Определить уравнения асимптот графика функции $y = \frac{x^2 + 7x - 8}{4x^2 - 3x - 1}$ .	2,5 балла
3.	Используя полный дифференциал, найти приближенное значение выражения $\sqrt{3 \cdot 1,99^3 + e^{0,08}}$ .	2,5 балла
4.	Исследовать на экстремум функцию $z = -5x^2 + 6xy - 18y^2 + 6x - 18y$ .	2,5 балла

### Критерии оценки (в баллах) (за одно задание из четырех):

- 2,5 балла выставляется обучающемуся, если он задание решил верно, в том числе без арифметических ошибок, с применением свойств и формул, демонстрируя продвинутый уровень освоения;
- 2 балла выставляется обучающемуся, если он при решении задания допустил арифметические ошибки, но применил верные свойства и формулы, демонстрируя повышенный уровень освоения компетенций;
- 1 балл выставляется обучающемуся, если он частично правильно и/или неполно решил задание, демонстрируя базовый уровень освоения компетенций;
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если он не решил задание, компетенции не сформированы.

### Контрольная работа №3

#### Вариант 1

1.	А) Вычислить, интегрируя по частям: $\int_1^e (3x^2 - 5) \ln x dx$ .	2,5 балла
	Б) Вычислить интеграл, подобрав подходящую замену переменной: $\int \frac{x^2 dx}{x^6 - 4x^3 + 13}$	
2.	Вычислить интеграл от рациональной дроби: $\int \frac{4x^2 + 12x - 10}{(x-2)(x+1)(x+3)} dx$ .	2,5 балла
3.	Вычислить интеграл: $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x} dx$ .	2,5 балла
4.	Найти площадь той фигуры, ограниченной линиями $xy = 4$ , $y = 2 - x^2$ , $2x - 3y = 10$ , которая содержит начало координат.	2,5 балла

#### Вариант 2

1.	А) Вычислить, интегрируя по частям: $\int_1^{\sqrt{3}} (2x + 1) \arctg x dx$ .	2,5 балла
	Б) Вычислить интеграл, подобрав подходящую замену переменной: $\int \frac{\sin x dx}{\cos^2 x - 4 \cos^2 x + 13}$	

2.	Вычислить интеграл от рациональной дроби: $\int \frac{x^2 + 2x - 10}{(x-2)^2(x+1)} dx$ .	2,5 балла
3.	Вычислить интеграл: $\int \frac{dx}{x(\sqrt{x} - \sqrt[3]{x})}$ .	2,5 балла
4.	Найти площадь той фигуры, ограниченной линиями $xy = 4$ , $y = 2 - x^2$ , $2x - 3y = 10$ , которая содержит начало координат.	2,5 балла

### Вариант 3

№	Задание	
1.	Вычислить интеграл, преобразовав подынтегральное выражение: $\int (5^x + 4 \cdot 2^{-x})^2 dx$ .	2,5 балла
2.	Верно ли вычислен интеграл (ответ обосновать): $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2 \ln \sqrt{x} + C$ ?	
3.	Выбрав подходящую замену переменной, вычислить интеграл: $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(x^2 + 3)}$ .	2,5 балла
4.	Применяя интегрирование по частям, вычислить интеграл: $\int (3x - 1) \arctg x dx$ .	
5.	Вычислить интеграл от рациональной дроби: $\int \frac{4x^2 - 11x + 10}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8} dx$ .	2,5 балла
6.	Вычислить интеграл: $\int \cos^4 x dx$ .	2,5 балла
7.	Вычислить интеграл: $\int \frac{-4x - 2}{\sqrt{x^2 + 10x - 1}} dx$ .	

### Критерии оценки (в баллах) (за одно задание из четырех):

- 2,5 балла выставляется обучающемуся, если он задание решил верно, в том числе без арифметических ошибок, с применением свойств и формул, демонстрируя продвинутый уровень освоения;
- 2 балла выставляется обучающемуся, если он при решении задания допустил арифметические ошибки, но применил верные свойства и формулы, демонстрируя повышенный уровень освоения компетенций;
- 1 балл выставляется обучающемуся, если он частично правильно и/или неполно решил задание, демонстрируя базовый уровень освоения компетенций;
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если он не решил задание, компетенции не сформированы.

### Контрольная работа №4

#### Вариант 1

1.	Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость: $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 3}$ .	2,5 балла
2.	Решить дифференциальное уравнение: $y' + \frac{\sin x}{\sqrt{3y+6}} = 0$ .	2,5 балла
3.	Решить дифференциальное уравнение: $y' = \frac{y^2}{x^2} - 3 \cdot \frac{y}{x} + 1$	2,5 балла

4.	Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальному условию: $\begin{cases} y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}, \\ y(1) = 4. \end{cases}$	2,5 балла
----	--	-----------

### Вариант 2

1.	Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость: $\int_{-1}^0 \frac{dx}{5x^2 + 4x - 1}$	2,5 балла
2.	Решить дифференциальное уравнение: $y' + \sqrt{3x-1} \cos^2 y = 0$ .	2,5 балла
3.	Решить дифференциальное уравнение: $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x}$	2,5 балла
4.	Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальному условию: $\begin{cases} y' - \frac{5y}{x} = x^2 \sqrt{y}, \\ y(1) = 4. \end{cases}$	2,5 балла

### Критерии оценки (в баллах) (за одно задание из четырех):

- 2,5 балла выставляется обучающемуся, если он задание решил верно, в том числе без арифметических ошибок, с применением свойств и формул, демонстрируя продвинутый уровень освоения;
- 2 балла выставляется обучающемуся, если он при решении задания допустил арифметические ошибки, но применил верные свойства и формулы, демонстрируя повышенный уровень освоения компетенций;
- 1 балл выставляется обучающемуся, если он частично правильно и/или неполно решил задание, демонстрируя базовый уровень освоения компетенций;
- 0 баллов выставляется обучающемуся, если он не решил задание, компетенции не сформированы.

### Типовые расчетно-аналитические задания

#### Найти пределы, не применяя правило Лопиталья:

1) а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{49 - x^2}$ ; в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[6]{3 - 2n + 64n^6}}{\sqrt[4]{25 + n + n^4}}$ ;

г)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 2} - 2n)$

2) а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{2x^2 - x - 6}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 + 5 - 6}$ ; в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n} + \sqrt{3n} + \sqrt{n^3}}{1 + n}$ ;

г)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n\sqrt{n} - \sqrt{n^3 + 2})$

$$3) \text{ a) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^3 + 8}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 7x - 4}{\sqrt{x} - 2}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n^2 + 4} + n}{\sqrt[3]{n^3 - 8}};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} (7n - \sqrt{49n^2 - 2})$$

$$4) \text{ a) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 7x + 10}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1 + 3x} - 4}{x^2 - 25}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{3n^7 + 4n^2 + 1}}{3n + \sqrt{n}};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^3 + 5} - 2\sqrt{n^3 - 1})$$

$$5) \text{ a) } \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 64}{x^2 + x - 12}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{2 - \sqrt{x - 4}}{x^2 - 16x - 16}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 4}{7 - 6n + \sqrt{n^6 + 2}};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 6} - n)$$

$$6) \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 5x - 25}{x^2 - 25}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + 2x}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 4n\sqrt{n}}{\sqrt{3n^3 + 2n + 1}};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{9n^2 + n + 1} - 3\sqrt{n^2 + \frac{n}{9} + 1})$$

$$7) \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + x - 21}{x^2 - x - 6}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1 - \sqrt{x + 5}}{x^2 - 16}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + \sqrt{n^2 - 1}}{7n + \sqrt[4]{16n^4 + 1}};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 8n + 1} - 2\sqrt{n^2 + 2n - 1})$$

$$8) \text{ a) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^3 + 27}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3 + 3x^2 + 4} - 2}{x^2}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + 3\sqrt{n^2 + 1}}{1 + \sqrt[7]{n^7 + 2}};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 + 1})$$

$$9) \text{ a) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 6x + 8}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x^3 - 8}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + \sqrt[4]{n^4 + 2}}{n + \sqrt{n} + 1};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n - 3} - \sqrt{n + 4})$$

$$10) \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^3 - 27}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{x^2 - x}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - \sqrt{n}}{\sqrt[3]{n^6 + 2} + n};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} (2\sqrt{n + 3} - \sqrt{4n + 1})$$

$$11) \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 5x + 2}{x^2 - 4x + 3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x + 3} - 1}{4 - x^2}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + 3}{1 + \sqrt{n} + \sqrt{2n^2 + 3}};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} (3n - \sqrt{9n^2 - 5})$$



$$12) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{2x^2 + 5x + 2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x^2 - 9}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + \sqrt[3]{n}}{\sqrt{4n^4 + n + 1}};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{9n-7} - 3\sqrt{n+4})$$

$$13) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 5x + 6}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^3 - 8}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3+n}{\sqrt{4n^2 + 2} + \sqrt{n-1}};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} (2\sqrt{3n-1} - \sqrt{12n+7})$$

$$14) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 5x}{x^2 - 25}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - 3}{2x^2 + 5x - 7}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \sqrt[3]{n}}{\sqrt{4n^2 + 2n + 4}};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{9n^2 - 7} - 3\sqrt{n^2 + 4})$$

$$15) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^3 + x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x-2} - 4}{x^2 - 5x - 36}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 2n + 10}{\sqrt[3]{n^9 + 7}};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} (2\sqrt{n^2 + n - 1} - \sqrt{4n^2 + 4n + 3})$$

## II. Охарактеризовать точки разрыва данной функции:

$$1) f(x) = \frac{\sin(x+2)}{x^2 - 6x - 16}$$

$$6) f(x) = \frac{\sin(x-2)}{x^2 + 3x - 10}$$

$$11) f(x) = \frac{\cos 2x - 1}{x + 2x^2}$$

$$2) f(x) = \frac{\sin(x+1)}{x^2 + x}$$

$$7) f(x) = \frac{\sin^2 6x}{x^4 - 8x^2}$$

$$12) f(x) = \frac{\cos x - \cos 4x}{x^3 - 5x^2}$$

$$3) f(x) = \frac{1 - \cos 6x}{x^3 - 2x^2}$$

$$8) f(x) = \frac{\sin^2(x-2)}{x^2 - 4x + 4}$$

$$13) f(x) = \frac{\sin x - \sin 3}{x^2 - 3x}$$

$$4) f(x) = \frac{\cos 3x - 1}{x^4 - 4x^2}$$

$$9) f(x) = \frac{\sin 2x - \sin 5x}{x^2 - 4x}$$

$$14) f(x) = \frac{\sin x - \sin 2}{4 - x^2}$$

$$5) f(x) = \frac{\sin^2 5x}{x^3 + 4x^2}$$

$$10) f(x) = \frac{\sin^2(x+1)}{x^2 + 6x + 5}$$

$$15) f(x) = \frac{\cos 2x - \cos x}{x^2 + 3x^3}$$

16. Исследовать функцию на непрерывность и определить характер её точек разрыва:

$$y = \begin{cases} x, & \text{если } x \leq 0, \\ 1-x, & \text{если } 0 < x \leq 1, \\ \frac{1}{1-x}, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

## III. Найти $f'(x)$ (первую производную данной функции):

- 1)  $f(x) = \ln(\arcsin 2x - x^2)$       6)  $f(x) = \ln(\operatorname{tg} 3x + x^3)$       11)  $f(x) = e^{\sqrt{3+2x^3}}$   
 2)  $f(x) = \ln(4^x + 4x)$       7)  $f(x) = e^{\arcsin(1-8x^3)}$       12)  $f(x) = 3^{\arcsin(3x-1)}$   
 3)  $f(x) = \ln(\operatorname{arctg}(x^3 - x^2))$       8)  $f(x) = 2^{\operatorname{arctg}(3x^2)+2x^3}$       13)  $f(x) = \operatorname{arctg}(\sin(5x^2))$   
 4)  $f(x) = \sin(\ln(5x - x^3))$       9)  $f(x) = \sin(e^{5x^2-2x})$       14)  $f(x) = \sqrt{\ln(4-5x)}$   
 5)  $f(x) = \ln(x^3 - \cos 3x)$       10)  $f(x) = \cos \ln(x + x^2)$       15)  $f(x) = \sqrt[3]{\sin 3x - 3x}$

**IV. Найти  $f''(x)$  (вторую производную функции) в указанной точке:**

- 1)  $f(x) = e^x(\cos 2x + 2\sin 2x), x_0 = \pi/2$       9)  $f(x) = \ln(x - \sqrt{x^2 - 1}), x_0 = 2$   
 2)  $f(x) = e^{-2x}(2\sin 4x - \cos 4x), x_0 = \pi/4$       10)  $f(x) = \sqrt{x} - (1+x)\operatorname{arctg}\sqrt{x}, x_0 = 1$   
 3)  $f(x) = e^{2x}(2 - \sin 2x - \cos 2x), x_0 = 0$       11)  $f(x) = x + \ln(1 - e^{-x}), x_0 = 0$   
 4)  $f(x) = e^{x^2}(x + 2), x_0 = 0$       12)  $f(x) = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+1}), x_0 = 1$   
 5)  $f(x) = e^{-x}(x^2 + x + 1), x_0 = 1$       13)  $f(x) = x - \ln(1 + e^x), x_0 = 0$   
 6)  $f(x) = e^{-2x}(x^2 - 3x + 1), x_0 = 0$       14)  $f(x) = e^{-x^2}(x^4 + 2x^2 + 2), x_0 = 0$   
 7)  $f(x) = x(\sin \ln x - \cos \ln x), x_0 = 1$       15)  $f(x) = x\operatorname{arctg}x - \frac{\ln(1+x^2)}{2}, x_0 = 1$   
 8)  $f(x) = x(\sin \ln x + \cos \ln x), x_0 = 1$

**V. Найти дифференциал первого порядка функции  $f(x)$  в данной точке**

**a.**

- 1)  $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 9}{x^2 + 8}}, a = 4$       9)  $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{3x-1}{x^2+1}, a = 0$   
 2)  $f(x) = \frac{\arcsin 2x}{\sqrt{1-4x^2}}, a = 0$       10)  $f(x) = e^{\frac{x^2-1}{x^2+3}}, a = 1$   
 3)  $f(x) = \sqrt[3]{\left(\frac{1-x}{2+x}\right)^2}, a = 9$       11)  $f(x) = \frac{x + \cos 2x}{1 - 2\sin x}, a = 0$   
 4)  $f(x) = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}, a = 0$       12)  $f(x) = \frac{2x}{1 + \sin 3x}, a = 0$   
 5)  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{\sqrt{x^2 + 1} + x}, a = 0$       13)  $f(x) = \frac{\cos^2 x}{1 + \operatorname{ctg}x}, a = \pi/4$

$$6) f(x) = \cos \frac{2-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}, \quad a=1$$

$$14) f(x) = \sin \frac{2x+5}{x^2+5x+8}, \quad a=1$$

$$7) f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}, \quad a=1$$

$$15) f(x) = \frac{2e^{3x}-5}{1-3e^{2x}}, \quad a=0$$

$$8) f(x) = \sqrt{\frac{e^{2x}+3}{e^{2x}+5}}, \quad a=0$$

16. Вычислить приближенно без использования калькулятора (применяя полный дифференциал):  $\sqrt{3,02^3 - 2 \cdot 0,98^2}$ .

### VI. Вычислить пределы, используя правило Лопиталя:

$$1) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 7x - 5}{x^3 + 2x^2 - 9x + 6}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} x^2 e^{1/x}$$

$$2) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 9x - 4}{3x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 3x + 2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} x^2 \ln x$$

$$3) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + x^3 - 3x^2 - 5x - 2}{x^4 + 2x^3 - 2x - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} x^2 \ln(\sin x)$$

$$4) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{x^2 + 3x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} \sqrt{x} \ln x$$

$$5) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin 4x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} x \ln^2 x$$

$$6) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} \sin x \ln x$$

$$7) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos 7x}{\cos 5x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} x^2 e^{1/x^2}$$

$$8) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 15x}{\sin 9x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} x e^{1/x}$$

$$9) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} x^2 \ln^2 x$$

$$10) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - 7 \sin x}{x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} \sqrt[3]{x} \ln x$$

$$11) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\sin x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} \sqrt{x} \ln(\sin x)$$

$$12) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} x \ln(1 - \cos x)$$

$$13) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 3x^2 + 7x - 5}{x^4 - 5x + 4}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} \sin x \ln(\sin x)$$

$$14) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{10} - 10x + 9}{(x-1)^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} \sqrt[4]{x} \ln x$$

$$15) \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2 - 8)}{2x^2 - 5x - 3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} x^3 \ln x$$

16) Вычислить пределы последовательностей:

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n-1)(n+1)(n+3)(n+5)}{1-3n^2+4n^4}; \quad \text{б) } \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2-n}).$$

**VII. Для данной функции  $f(x, y)$  найти частные производные первого порядка и выписать полный дифференциал первого порядка в точке  $M(1; -1)$ .**

$$1) f(x, y) = e^{5x-3xy+y^3}$$

$$9) f(x, y) = \ln(xy^3 + 5x^2 - y)$$

$$2) f(x, y) = e^{2x^2+xy-3y}$$

$$10) f(x, y) = e^{y-2xy+3x^3}$$

$$3) f(x, y) = \ln(xy + 5x - y^4)$$

$$11) f(x, y) = e^{x^3+5y^2-4xy}$$

$$4) f(x, y) = e^{xy-3x+2y^2}$$

$$12) f(x, y) = e^{5y-x^4+xy}$$

$$5) f(x, y) = \ln(xy + 5x^3 - 3)$$

$$13) f(x, y) = \ln(y^4 - 3xy + 5)$$

$$6) f(x, y) = \ln(2x - y^2 + xy)$$

$$14) f(x, y) = \ln(4yx + y^2)$$

$$7) f(x, y) = e^{6x^3+y-yx}$$

$$15) f(x, y) = \ln(2xy - x + y^2)$$

$$8) f(x, y) = e^{5xy-6x^3+y^2}$$

**VIII. Для данной функции  $f(x, y)$  найти: а) вектор градиента функции в точке  $M(1; 1)$ ; б) величину найденного градиента; в) производную по направлению в указанной точке.**

$$1) f(x, y) = x\sqrt{2x+6y}$$

$$6) f(x, y) = y\sqrt{3x-y}$$

$$11) f(x, y) = \frac{x}{\sqrt{2x+6y}}$$

$$2) f(x, y) = y\sqrt{5y-2x}$$

$$7) f(x, y) = x\sqrt{3x+2y}$$

$$12) f(x, y) = \frac{y}{\sqrt{13x-4y}}$$

$$3) f(x, y) = x\sqrt{4y+5x}$$

$$8) f(x, y) = \frac{y}{\sqrt{5y-2x}}$$

$$13) f(x, y) = \frac{x}{\sqrt[3]{4x-5y}}$$

$$4) f(x, y) = y\sqrt{3x-y}$$

$$9) f(x, y) = x\sqrt[3]{4x-y}$$

$$14) f(x, y) = \frac{3-y}{\sqrt[4]{3x+2y}}$$

$$5) f(x, y) = y\sqrt[4]{x+3y}$$

$$10) f(x, y) = \frac{x}{\sqrt{11x+5y}}$$

$$15) f(x, y) = \frac{2y-1}{\sqrt{12x+4y}}$$

**IX. Для данной функции  $f(x, y)$  найти все частные производные**

**второго порядка и показать, что  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ :**

1)  $f(x, y) = \ln(5x - y^2)$

6)  $f(x, y) = \cos(x^3 - 3y)$

11)  $f(x, y) = \ln(5 - 2x + y^2)$

2)  $f(x, y) = \ln(2y - x^3)$

7)  $f(x, y) = \ln(x^2 - 3y)$

12)  $f(x, y) = \cos(2y + 5x^2)$

3)  $f(x, y) = \cos(\sqrt{x^3} - 2y)$

8)  $f(x, y) = \ln(5x - y^2)$

13)  $f(x, y) = \cos(3x - y^3)$

4)  $f(x, y) = \ln(x^3 - 2y)$

9)  $f(x, y) = \cos(4x^2 + 3y)$

14)  $f(x, y) = \sin(2x^2 - 5y)$

5)  $f(x, y) = \sin(5x - y^5)$

10)  $f(x, y) = \ln(2x - y^3)$

15)  $f(x, y) = \cos(3x - y^3)$

**X. Определить интервалы возрастания-убывания, найти локальные максимумы и минимумы данной функции:**

1)  $f(x) = \frac{x^2}{1+x}$

4)  $f(x) = \frac{x^3}{(2-x)^2}$

7)  $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{(x-1)^2}$

2)  $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x-1}$

5)  $f(x) = \frac{(x-1)^3}{(x-2)^2}$

8)  $f(x) = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$

3)  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4x + 3}$

6)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$

9)  $f(x) = \frac{3}{x} - \frac{6}{x^3}$

10)  $f(x) = x \cdot \sqrt[3]{(x-1)^2}$

12)  $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 2x^2 + x}$

14)  $f(x) = \sqrt[3]{(16 - x^4)^2}$

11)  $f(x) = x \cdot \sqrt[3]{x^2 - 5}$

13)  $f(x) = (x-5)^2 \cdot \sqrt[3]{x+1}$

15)  $f(x) = x^2 \cdot \sqrt[3]{6x-7}$

**XI. Найти наибольшее и наименьшее значения данной функции на указанном отрезке.**

1)  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ , [2;4]

9)  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$ , [1/2;2]

2)  $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 24x + 1$ , [0;1]

10)  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x - 1$ , [0;3]

3)  $f(x) = x^3 - 27x + 13$ , [0;4]

11)  $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 36x$ , [0;3]

4)  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x - 1$ , [-5;0]

12)  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ , [2;4]

5)  $f(x) = x^3 + 6x^2 - 36x$ , [-7;0]

13)  $f(x) = x^3 - 27x + 13$ , [-4;0]

6)  $f(x) = 3 - x - \frac{4}{(x+2)^2}$ , [-1;1]

14)  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4x + 9}$ , [0;4]

7)  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 8$ , [0;2]

15)  $f(x) = 10 - 2x^2 - \frac{108}{x}$ , [0;5]

8)  $f(x) = 4\sqrt{x} - x - 5, [0;9]$

**ХII. Зависимость управленческих расходов  $R$  от количества**

**произведенной продукции  $P$  определяется формулой  $R = aP + \frac{b}{c+p} + d$ . При**

**каком количестве выпущенной продукции управленческие расходы будут минимальны?**

1)  $a=3, b=1452, c=16, d=17$

9)  $a=2, b=2178, c=16, d=6$

2)  $a=3, b=588, c=10, d=3$

10)  $a=2, b=1458, c=20, d=21$

3)  $a=4, b=1764, c=16, d=7$

11)  $a=2, b=2450, c=31, d=2$

4)  $a=4, b=784, c=9, d=24$

12)  $a=3, b=867, c=11, d=32$

5)  $a=1, b=1225, c=21, d=5$

13)  $a=4, b=1024, c=12, d=32$

6)  $a=3, b=2187, c=19, d=32$

14)  $a=2, b=512, c=9, d=17$

7)  $a=2, b=2450, c=11, d=17$

15)  $a=1, b=961, c=26, d=19$

8)  $a=5, b=720, c=8, d=13$

**ХIII. Определить направления выпуклости и точки перегиба графика**

**данной функции:**

1)  $f(x) = x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 5$

9)  $f(x) = (x-1)e^{-x}$

2)  $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - 2x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 3$

10)  $f(x) = -x^4 - 2x^3 + 36x^2 + x$

3)  $f(x) = e^{-x^2}$

11)  $f(x) = x^4 + 2x^3 - 36x^2 - 3x - 12$

4)  $f(x) = (x^2 - 1)^3$

12)  $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5x$

5)  $f(x) = (x+1)e^{-x}$

13)  $f(x) = 3x^5 - 10x^4 + 10x^3 + x^2$

6)  $f(x) = e^{-x^3}$

14)  $f(x) = 3x^5 - 5x^4 + 3x - 2$

7)  $f(x) = 36x(x-1)^3$

15)  $f(x) = e^{2x-x^2}$

8)  $f(x) = (x-3)(x-5)^2$

**ХIV. Провести полное исследование (включающее определение**

**асимптот) и построить график данной функции.**

1)  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2}$

6)  $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 16}$

11)  $f(x) = \frac{1-x^2}{4-x^2}$

2)  $f(x) = \frac{4}{4-x^2}$

7)  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 25}$

12)  $f(x) = \frac{2x+1}{(x+1)^2}$

3)  $f(x) = \frac{1}{x(x+2)}$

8)  $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$

13)  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2-25}$

4)  $f(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$

9)  $f(x) = \frac{x}{16-x^2}$

14)  $f(x) = \frac{2x^2-1}{x^4}$

5)  $f(x) = \frac{1}{x(1-x)}$

10)  $f(x) = \frac{2x+1}{x^2}$

15)  $f(x) = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$

**XV. Найти локальные безусловные экстремумы функции  $f(x, y)$ :**

1)  $f(x, y) = 6x - 6y - 3x^2 - 3y^2$

6)  $f(x, y) = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$

2)  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$

7)  $f(x, y) = x^2 + 2xy - y^2 - 4x$

3)  $f(x, y) = xy - 3x^2 - 2y^2$

8)  $f(x, y) = x^3 - 3xy + y^2 + 4$

4)  $f(x, y) = 3x^3 - xy^2 - y^2 \quad (y \neq 0)$

9)  $f(x, y) = 2xy - 2x^2 - 4y^2 + 1$

5)  $f(x, y) = x\sqrt{y} - x^2 + 6x - y + 3$

10)  $f(x, y) = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 5$

11)  $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy - 6x - 9y$

14)  $f(x, y) = x^3 - 6xy + 8y^3 - 2$

12)  $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y.$

15)  $f(x, y) = 2x^3 - 6xy + 2y^3 + 5$

13)  $f(x, y) = 2x + 2y - x^2 - y^2$

**XVI. Найти экстремумы функции  $f(x, y)$ :**

1)  $f(x, y) = 2x^2 + y - y^2$  при условии  $x - y + 1 = 0$ ;

2)  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8$  при условии  $y + x - 1 = 0$ ;

3)  $f(x, y) = xy - x^2 / 2$  при условии  $y = 2x^2$ ;

4)  $f(x, y) = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$  при условии  $y + x = 3$ ;

5)  $f(x, y) = x^2 + xy - 2$  при условии  $y = 4x^2 - 4$ ;

6)  $f(x, y) = x^2 + 2xy + 5$  при условии  $y = x^2 - 4$ ;

7)  $f(x, y) = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y - 2$  при условии  $y + x = 1$ ;

8)  $f(x, y) = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1$  при условии  $y + x + 1 = 0$ ;

9)  $f(x, y) = x^2 - y^2 + 2xy - 4x$  при условии  $y = x + 1$ ;

10)  $f(x, y) = 4 - 2x^2 + y^2$  при условии  $y + x = 1$ ;

11)  $f(x, y) = x^2 + 2xy - y^2 + 4x$  при условии  $y + x + 2 = 0$ ;

12) при условии  $y - x = 0$ ;

13)  $f(x, y) = 4x - 4y - x^2 - y^2$  при условии  $x - 2y - 4 = 0$ ;

14)  $f(x, y) = 4x - 4y - x^2 - y^2$  при условии  $x + 2y - 4 = 0$ ;

15)  $f(x, y) = 2x^2 + 2xy - 4x - y^2 / 2$  при условии  $y = 2x$ .

**XVII. Используя правила интегрирования по частям для неопределенных и определенных интегралов, найти:**

1) а)  $\int \ln(x+2)dx$ ; б)  $\int_0^{\pi/2} x \cos dx$

2) а)  $\int x \sin 3x dx$ ; б)  $\int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx$

3) а)  $\int \ln(x^2 + 4)dx$ ; б)  $\int_0^{\pi/8} x \sin 4x dx$

4) а)  $\int x \cos 3x dx$ ; б)  $\int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx$

5) а)  $\int \sqrt{x} \ln x dx$ ; б)  $\int_{-1/2}^0 x e^{-2x} dx$

6) а)  $\int (x-3)e^{2x} dx$ ; б)  $\int_4^9 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$

7) а)  $\int \ln(x^2 - 1)dx$ ; б)  $\int_0^2 (2-x)e^{2x} dx$

8) а)  $\int (2-x)e^{-3x} dx$ ; б)  $\int_1^8 \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}} dx$

9) а)  $\int \sqrt[3]{x} \ln x dx$ ; б)  $\int_0^{\pi} x \cos(x/2) dx$

10) а)  $\int x 3^{-x} dx$ ; б)  $\int_1^{e^2} \sqrt{x} \ln x dx$

11) а)  $\int \operatorname{arctg} \sqrt{5x-1} dx$ ; б)  $\int_0^3 x e^{-x/3} dx$

12) а)  $\int x \sin 5x dx$ ; б)  $\int_1^2 \ln(3x+2) dx$

13) а)  $\int \ln(2x-3) dx$ ; б)  $\int_0^{\pi/4} x \cos 2x dx$

14) а)  $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$ ; б)  $\int_{-1/2}^0 x e^{-2x} dx$

15) а)  $\int \operatorname{arctg} \sqrt{2x-1} dx$ ; б)  $\int_{-\pi}^{\pi} x \sin 2x dx$

**XVIII. Применяя внесение под знак дифференциала или используя нужную замену переменных, найти (следить за особенностями неопределенного и определенного интеграла!):**



$$\begin{array}{lll}
1) a) \int \frac{\arcsin^3 x}{\sqrt{1-x^2}} dx, & б) \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt[3]{2-x^3}} dx, & в) \int_0^1 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}; \\
2) a) \int \frac{\cos^2(\ln x)}{x} dx, & б) \int_1^3 \frac{x dx}{\sqrt{x^2+3}} dx, & в) \int_1^4 \frac{dx}{x+\sqrt{x}}; \\
3) a) \int e^x \sqrt{1-e^x} dx, & б) \int_1^{e^2} \frac{(1-\ln x)^{10}}{x} dx, & в) \int_0^1 \frac{dx}{1+\sqrt{1-x}}; \\
4) a) \int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx, & б) \int_0^3 x \cdot \sqrt[5]{9-x^2} dx, & в) \int_3^6 \frac{(x-1) dx}{x\sqrt{x-2}}; \\
5) a) \int \frac{x^3}{2-x^4} dx, & б) \int_1^4 \frac{\operatorname{arctg}^3 \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx, & в) \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{1+x} + \sqrt{(1+x)^3}}; \\
6) a) \int \frac{dx}{x(1-2\ln x)}, & б) \int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{5-x^2}}, & в) \int_1^4 \frac{\sqrt{x} dx}{x+10}; \\
7) a) \int \frac{\operatorname{tg}^4(x+1)}{\cos^2(x+1)} dx, & б) \int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx, & в) \int_0^5 \frac{dx}{1+\sqrt{3x+1}}; \\
8) a) \int \frac{\sqrt[5]{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx, & б) \int_0^1 \frac{\ln^2(2x+3) dx}{2x+3}, & в) \int_3^{29} \frac{dx}{3 + \sqrt[3]{(x-2)^2}}; \\
9) a) \int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt[3]{1+e^{2x}}}, & б) \int_0^{\pi/6} \frac{\cos x dx}{3-\sin^2 x}, & в) \int_2^5 \frac{x-3}{x\sqrt{x-1}} dx; \\
10) a) \int x^2 e^{x^3} dx, & б) \int_0^{\pi/4} \frac{(2+\operatorname{tg} x)^{10} dx}{\cos^2 x}, & в) \int_2^7 \frac{x+1}{x\sqrt{x+2}} dx; \\
11) a) \int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^4}}, & б) \int_1^{e^3} \frac{\sqrt{1+2\ln x} dx}{x}, & в) \int_{-2}^2 \frac{\sqrt{x+2}}{x-3} dx; \\
12) a) \int \frac{\sqrt[3]{\ln x} dx}{x}, & б) \int_0^1 x \sin(x^2+3) dx, & в) \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{x-2} dx; \\
13) a) \int \frac{\operatorname{ctg}^4 x dx}{\sin^2 x}, & б) \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{5-x^3}}, & в) \int_0^5 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x+4}}; \\
14) a) \int \frac{dx}{\cos^2 x \operatorname{tg} x}, & б) \int_1^2 x^2 \cdot \sqrt[5]{2+3x^3} dx, & в) \int_{-1}^4 \frac{dx}{\sqrt{x+5}(x+8)}; \\
15) a) \int \frac{\operatorname{arctg}^2 3x}{1+9x^2} dx, & б) \int_0^{\pi/3} \frac{\sin x}{\sqrt{2-\cos x}} dx, & в) \int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{x+2}}
\end{array}$$

**XIX. Найти неопределенные интегралы, содержащие квадратный трехчлен:**

$$\begin{array}{ll}
1) a) \int \frac{(x+1)dx}{x^2+6x-4}; & б) \int \frac{dx}{\sqrt{4+8x-x^2}} \\
2) a) \int \frac{(x+1)dx}{x^2-2x+2}; & б) \int \frac{dx}{\sqrt{12+6x+x^2}} \\
3) a) \int \frac{(x+4)dx}{x^2+12x+1}; & б) \int \frac{dx}{\sqrt{3-4x-x^2}} \\
4) a) \int \frac{(x-1)dx}{x^2+4x-4}; & б) \int \frac{dx}{\sqrt{4-6x-x^2}} \\
5) a) \int \frac{(x-5)dx}{x^2+6x+6}; & б) \int \frac{dx}{\sqrt{3-2x-x^2}} \\
6) a) \int \frac{(x+3)dx}{x^2+4x+1}; & б) \int \frac{dx}{\sqrt{4+6x+x^2}} \\
7) a) \int \frac{(3-x)dx}{x^2+12x+43}; & б) \int \frac{dx}{\sqrt{1+4x-x^2}} \\
8) a) \int \frac{xdx}{x^2+6x+13}; & б) \int \frac{dx}{\sqrt{7+4x+x^2}} \\
9) a) \int \frac{(x+6)dx}{x^2-2x+4}; & б) \int \frac{dx}{\sqrt{1+6x+x^2}} \\
10) a) \int \frac{xdx}{x^2+8x+18}; & б) \int \frac{dx}{\sqrt{4+2x+x^2}} \\
11) a) \int \frac{(x+2)dx}{x^2-2x-3}; & б) \int \frac{dx}{\sqrt{1+8x+x^2}} \\
12) a) \int \frac{xdx}{x^2+2x+4}; & б) \int \frac{dx}{\sqrt{5+6x-x^2}} \\
13) a) \int \frac{(2-x)dx}{x^2+6x+19}; & б) \int \frac{dx}{\sqrt{5-6x-x^2}} \\
14) a) \int \frac{(3-x)dx}{x^2+10x-1}; & б) \int \frac{dx}{\sqrt{4-2x-x^2}} \\
15) a) \int \frac{(x+5)dx}{x^2-4x+10}; & б) \int \frac{dx}{\sqrt{5+2x+x^2}} \\
16) Вычислить интеграл: & \int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x} dx.
\end{array}$$

**XX. Найти интегралы от тригонометрических функций:**

- 1) а)  $\int \cos^3 x dx$ ; б)  $\int_0^{\pi/6} \sin 2x \cos 13x dx$
- 2) а)  $\int \sin^4 2x dx$ ; б)  $\int_0^{\pi/6} \cos 2x \cos 3x dx$
- 3) а)  $\int \sin^4(x/2) dx$ ; б)  $\int_0^1 \sin x \cos 3x dx$
- 4) а)  $\int \sin^3 2x dx$ ; б)  $\int_0^1 \cos 3x \cos 7x dx$
- 5) а)  $\int \cos^3 x \sin^4 x dx$ ; б)  $\int_0^{\pi/6} \sin^2 2x dx$
- 6) а)  $\int \cos^2 x \sin^4 x dx$ ; б)  $\int_0^{\pi/6} \sin^3 2x dx$
- 7) а)  $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$ ; б)  $\int_0^{\pi/6} \cos^4 x dx$
- 8) а)  $\int \cos^4 x \sin^4 x dx$ ; б)  $\int_0^{\pi/3} \sin^3(x/2) dx$
- 9) а)  $\int \cos^3(3x) dx$ ; б)  $\int_0^{\pi/3} \sin 2x \sin 5x dx$
- 10) а)  $\int \cos^4 x dx$ ; б)  $\int_{\pi/12}^{\pi/6} \cos 2x \sin 3x dx$
- 11) а)  $\int \sin^3 x dx$ ; б)  $\int_0^2 \sin 7x \cos 3x dx$
- 12) а)  $\int \cos^4(x/3) dx$ ; б)  $\int_0^{\pi/3} \sin 5x \cos x dx$
- 13) а)  $\int \sin^3 x \cos^3 x dx$ ; б)  $\int_0^{\pi/3} \cos^2 3x dx$
- 14) а)  $\int \cos^4 x \sin^2 x dx$ ; б)  $\int_0^{\pi/4} \cos^3 2x dx$
- 15) а)  $\int \sin^3 x \cos^4 x dx$ ; б)  $\int_0^{\pi/3} \sin^4 2x dx$

**XXI. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками следующих функций:**

1) а)  $y = x^2 + 1$ ,  $y + x = 3$ ; б)  $y = x^2$ ,  $yx = 8$ ,  $x = 0$ ,  $y = 16$

2) а)  $y = x^3 / 4$ ,  $y = x$  ( $x \geq 0$ ); б)  $y = x^2$ ,  $yx = 8$ ,  $y = 8$ , ( $y \geq 8/x$ )

- 3) а)  $y=5-x^2$ ,  $y=-4x$ ; б)  $y=x^2$ ,  $yx=8$ ,  $x=4$ ,  $y=0$
- 4) а)  $y=x^2$ ,  $y+x=12$ ; б)  $y=x^3$ ,  $yx=1$ ,  $y=8$
- 5) а)  $y=x^2+1$ ,  $x-y+3=0$ ; б)  $y=4x$ ,  $yx=1$ ,  $y=0$ ,  $x=2$
- 6) а)  $y=x^2/2$ ,  $y=x^3/6$ ; б)  $y=x$ ,  $yx=1$ ,  $y=0$ ,  $x=4$
- 7) а)  $y=5/x$ ,  $y=6-x$ ; б)  $y=(x+1)^2$ ,  $y+x=5$ ,  $y=0$
- 8) а)  $y=1/x$ ,  $y+x=5/2$ ; б)  $y=x^2$ ,  $y+x=6$ ,  $y=0$
- 9) а)  $y=x^3/3$ ,  $y=x^2$ ; б)  $y=x$ ,  $yx=1$ ,  $y=5$ ,  $x=0$
- 10) а)  $y=12-x^2$ ,  $y=2x^2$ ; б)  $y=x$ ,  $yx=1$ ,  $x=5$ ,  $y=0$
- 11) а)  $y=2/x$ ,  $2y+x-5=0$ ; б)  $y=4-x^2$ ,  $y=3x$ ,  $y=0$  ( $x \geq 0$ )
- 12) а)  $y=6/x$ ,  $y+x-7=0$ ; б)  $y=x^2$ ,  $y+x=2$ ,  $x-y=2$ ,  $x=0$
- 13) а)  $y=x^2$ ,  $y=6-x$ ; б)  $y=x$ ,  $yx=1$ ,  $y=4x$  ( $y \geq 0$ )
- 14) а)  $y=x^2-2x-4$ ,  $y=-x^2$ ; б)  $y=x$ ,  $yx=1$ ,  $y=4$ ,  $x=0$
- 15) а)  $yx=9$ ,  $x+y=10$ ; б)  $y=(x-2)^2$ ,  $y=4x-8$ ,  $y=4$
- 16) Найти площадь той фигуры, ограниченной линиями  $xy=4$ ,  $y=2-x^2$ ,  $2x-3y=10$ , которая содержит начало координат.

#### Критерии оценки (в баллах):

- **10 баллов** выставляется обучающемуся, если правильно выполнены все задания по каждой теме, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. Уровень освоения компетенций соответствует продвинутому уровню.

- **6 баллов** - выставляется обучающемуся, если правильно выполнена большая часть заданий по каждой теме, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. Уровень освоения компетенций соответствует повышенному уровню.

- **4 балла** - выставляется обучающемуся, если задания выполнены более чем на 50 % по каждой теме, присутствуют серьёзные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом, проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. Уровень освоения компетенций соответствует базовому уровню.

- **2-1 балл** выставляется обучающемуся, если задания выполнены менее чем на 50 % по каждой теме, продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом, проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. Компетенции сформированы частично.

## Задания для творческого рейтинга

### *Тематика групповых и/или индивидуальных проектов:*

1. Функция и ее график. Виды функций. Свойства функций.
2. Трансцендентное уравнение с одним неизвестным. Приближенное решение уравнений.
3. Методы дихотомии и Ньютона. Метод линейной интерполяции и подбора параметра MS Excel.
4. Определение выпуска продукции с помощью определенных интегралов.
5. Приближенное вычисление средних значений функций в экономике.
6. Определение прибыли с помощью определенных интегралов.
7. Приближенное неопределенное интегрирование.
8. Приближенное определенное интегрирование.
9. Кривая Лоренца и кривая обучения.
10. Кривая рыночных доходностей и методы построения по ряду данных.

### **Критерии оценки (в баллах):**

**20 - 15 баллов** выставляется обучающемуся, если в работе содержатся элементы научного творчества и делаются самостоятельные выводы, достигнуты все результаты, указанные в задании, качество оформления отчета соответствует требованиям и при защите обучающийся проявил отличное владение материалом работы и способность аргументировано отвечать на поставленные вопросы по теме работы. Уровень освоения компетенций соответствует продвинутому уровню.

**14 - 10 баллов** выставляется обучающемуся, если в работе достигнуты все результаты, указанные в задании, качество оформления отчета соответствует требованиям и при защите обучающийся проявил хорошее владение материалом работы и способность аргументировано отвечать на поставленные вопросы по теме работы. Уровень освоения компетенций соответствует повышенному уровню.

**9 - 4 балла** выставляется обучающемуся, если в работе достигнуты основные результаты, указанные в задании, качество оформления отчета в основном соответствует требованиям и при защите обучающийся проявил удовлетворительное владение материалом работы и способность отвечать на большинство поставленных вопросов по теме работы. Уровень освоения компетенций соответствует базовому уровню.

**3 - 2 балла** выставляется обучающемуся, если в работе не достигнуты основные результаты, указанные в задании, качество оформления отчета не соответствует требованиям, при защите обучающийся проявил неудовлетворительное владение материалом работы и не смог ответить на большинство поставленных вопросов по теме работы. Компетенции сформированы частично.

# МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ ВО ВРЕМЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## Структура зачетного задания

<i>Наименование</i>	<i>Максимальное количество баллов</i>
Вопрос 1.	8 баллов
<i>Практические задания (расчетно-аналитические)</i>	
<i>Задание 1.</i>	3 балла
<i>Задание 2.</i>	3 балла
<i>Задание 3.</i>	6 баллов
<i>Задание 4.</i>	7 баллов
<i>Задание 5.</i>	6 баллов
<i>Задание 6.</i>	7 баллов

## Задания, включаемые в зачетное задание

### *Типовой перечень вопросов к зачету с оценкой:*

1. Множества, способы их задания. Кванторы. Операции над множествами (объединение, пересечение, разность), их свойства. Модуль числа, его свойства. Декартово произведение множеств. Грани множеств. Счетные и несчетные множества.
2. Функции, способы их задания, классификация.
3. Окрестность точки. Предел последовательности. Теоремы Больцано-Коши и Вейерштрасса (без доказательства). Определение предела функции по Гейне.
4. Односторонние пределы. Необходимые и достаточные условия существования предела. Геометрический смысл предела.
5. Определение предела функции непрерывного аргумента по Коши при  $x \rightarrow x_0$  и  $x \rightarrow \infty$ .
6. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, взаимосвязь между ними. Свойства бесконечно малых функций.
7. Теоремы о представлении функции в виде суммы предела и бесконечно малой функции.  
Теоремы о пределах (свойства пределов).
8. Теорема о промежуточной функции. Первый замечательный предел.
9. Второй замечательный предел, его обоснование, применение в финансовых вычислениях.
10. Сравнение бесконечно малых функций.
11. Непрерывность функции в точке и на отрезке. Действия над непрерывными функциями. Непрерывность основных элементарных функций.
12. Свойства непрерывных функций.

13. Точки разрыва функций.
14. Производная функции, ее геометрический и механический смысл.
15. Взаимосвязь непрерывности и дифференцируемости функции. Непосредственное нахождение производной.
16. Правила дифференцирования функций.
17. Вывод формул дифференцирования тригонометрических и обратных тригонометрических функций.
18. Вывод формул дифференцирования логарифмической и показательной функций.
19. Вывод формул дифференцирования степенной и показательно-степенной функций. Таблица производных. Производные высших порядков.
20. Эластичность функции, её геометрический и экономический смысл, свойства. Примеры.
21. Дифференциал функции одной переменной. Определение, условия существования, геометрический смысл, свойства.
22. Применение дифференциала функции одной переменной для приближенных вычислений. Дифференциалы высших порядков.
23. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о дифференцируемых функциях, их геометрический смысл.
24. Правила Лопиталья, их использование для раскрытия неопределенностей при нахождении пределов.
25. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа и Пеано.
26. Формула Маклорена, её остаточный член. Разложение элементарных функций.
27. Формула Маклорена, её применение для нахождения пределов и вычисления значений функций.
28. Монотонные функции. Необходимый и достаточный признаки монотонности функции.
29. Локальный экстремум функции. Необходимый признак экстремума функции.
30. Первый и второй достаточные признаки экстремума функции.
31. Достаточный признак выпуклости, вогнутости графика функции.
32. Необходимый и достаточный признаки существования точки перегиба.
33. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения графика.
34. Функция нескольких переменных, ее определение, линии уровня и поверхности уровня.
35. Определение предела функции нескольких переменных по Коши. Свойства пределов.
36. Определения непрерывности функции нескольких переменных. Точки и линии разрыва. Свойства непрерывных функций.
37. Частные приращения и частные производные функции нескольких переменных. Правило нахождения частных производных. Геометрический смысл частных производных.

38. Необходимые условия дифференцируемости функции нескольких переменных. Примеры взаимосвязи дифференцируемых и непрерывных функций.
39. Достаточные условия дифференцируемости функции нескольких переменных.
40. Полный дифференциал функции нескольких переменных, его определение.
41. Применение полного дифференциала функций нескольких переменных для приближенных вычислений.
42. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
43. Частные производные сложной функции нескольких переменных.
44. Частные производные функции нескольких переменных, заданной неявно.
45. Производная функции нескольких переменных по направлению.
46. Градиент функции нескольких переменных, его свойства.
47. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.
48. Необходимый и достаточный признаки локального экстремума функции двух переменных.
49. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод множителей Лагранжа. Достаточный признак условного экстремума.
50. Метод наименьших квадратов.

**Типовой перечень практических заданий для зачета с оценкой:**

**Вариант 1.**

1. Вычислить пределы **не используя** правила Лопиталя:  $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{\frac{-3x^2 + 2x + 5}{3x^2 + 8x + 5}}$
2. Вычислить пределы **с использованием** правил Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{5x} \ln(-x)$
3. Вычислить  $y''(0)$ , если  $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 7})$
4. Найдите интервалы выпуклости и абсциссы точек перегиба функции:  
 $y = \ln(5x) - \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$ .
5. Вычислите приближенно без использования калькулятора (применяя полный дифференциал):  $\sqrt{2,03^3 + 0,98^4}$
6. Функция полезности имеет вид  $U(x, y) = 10x^2y$ . Стоимости единиц первого блага  $x$  и второго блага  $y$  составляют 5 и 2 у.е. соответственно. На приобретение этих благ планируется затратить 900 у.е. Как распределить имеющуюся сумму затрат приобретение благ, чтобы полезность была максимальной?

**Вариант 2.**



1. Вычислить пределы **не используя** правила Лопиталья:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+5})(3-x)$$

2. Вычислить пределы **с использованием** правил Лопиталья  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2}{x - 1} - \frac{3}{\sin \pi x}$

3. Вычислить  $y''(0)$ , если  $y = \frac{5x-4}{1+3x}$

4. Найдите интервалы выпуклости и абсциссы точек перегиба функции:

$$y = \ln \frac{x}{3} + \frac{1}{x}$$

5. Вычислите приближенно без использования калькулятора (применяя полный дифференциал):  $\arctg \frac{1,02}{0,97}$

6. Общие издержки производства задаются функцией  $TC = 0,3x^2 - 0,2xy + 0,5y^2$ , где  $x$  и  $y$  соответственно количество товаров А и В. Общее количество произведенной продукции составило 120 единиц. Определите, сколько единиц товара каждого вида нужно производить, чтобы издержки были минимальны?

### Типовая структура экзаменационного билета

Наименование	Максимальное количество баллов
Вопрос 1.	6 баллов
<i>Практические задания (расчетно-аналитические)</i>	
<i>Задание 1.</i>	10 баллов
<i>Задание 2.</i>	9 баллов
<i>Задание 3.</i>	8 баллов
<i>Задание 4.</i>	7 баллов

### Задания, включаемые в экзаменационный билет

#### **Типовой перечень вопросов к экзамену:**

1. Определение неопределённого интеграла, его свойства, геометрический смысл. Таблица неопределённых интегралов.
2. Методы нахождения неопределённых интегралов. Непосредственное интегрирование. Метод замены переменной.
3. Интегрирование неопределённых интегралов по частям.
4. Интегрирование дробно-рациональных функций. Разложение на простые дроби.
5. Интегрирование иррациональных функций.
6. Интегрирование тригонометрических функций.

7. Интегрирование иррациональных функций с помощью тригонометрических подстановок.
8. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла.
9. Определение определённого интеграла. Свойства определённого интеграла.
10. Формула Ньютона-Лейбница (с доказательством).
11. Вычисление площадей плоских фигур с помощью определённого интеграла.
12. Вычисление объёмов тел вращения с помощью определённого интеграла.
13. Вычисление длины дуги плоской кривой с помощью определённого интеграла.
14. Несобственные интегралы с бесконечными пределами.
15. Несобственные интегралы от разрывных функций.
16. Признаки сходимости несобственных интегралов.
17. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
18. Дифференциальные уравнения. Основные понятия.
19. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
20. Однородные уравнения.
21. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
22. Уравнения Бернулли.
23. Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка.
24. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Вид общего решения однородного уравнения.
25. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.
26. Числовые ряды. Основные определения, свойства и примеры.
27. Необходимое условие сходимости ряда.
28. Признаки сравнения.
29. Признаки Д'Аламбера и Коши сходимости ряда.
30. Интегральный признак сходимости ряда.
31. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
32. Абсолютная и условная сходимость числового ряда.
33. Перестановка членов ряда. Понятие о теореме Римана.
34. Степенные ряды. Основные определения и свойства.
35. Теорема Абеля.
36. Радиус и интервал сходимости степенного ряда.
37. Необходимое и достаточное условия разложения функции в степенной ряд.
38. Ряды Маклорена для основных элементарных функций.
39. Использование степенных рядов для приближенного вычисления определенных интегралов.
40. Использование степенных рядов в финансовых расчётах.

***Типовой перечень практических заданий для экзамена:***

***Вариант 1.***

1. Вычислить неопределённый интеграл:  $\int \frac{\cos 2x dx}{\sqrt{\sin^2 2x + 2 \sin 2x + 3}}$

2. Найти площадь той фигуры, ограниченной линиями  $xy = 6, y = 2x + 4, y = x - 5$ , которая **не содержит** точку  $(-3; -3)$ .

3. Решить задачу Коши: 
$$\begin{cases} y' - \frac{2xy}{x^2 + 4} = \frac{x^2 + 4}{\sqrt{x}}, \\ y(4) = -1. \end{cases}$$

4. После производства 1000 изделий (1 единица продукции), для которого потребовалось 50 часов, оказалось, что в дальнейшем требуемое время для производства дополнительных  $x$  единиц продукции убывает в соответствии с формулой  $f(x) = 50x^{-0.5}$ . Сколько времени потребуется для производства 5000 изделий, после того как 4000 изделий будет уже произведено?

### **Вариант 2.**

1. Вычислить неопределённый интеграл:  $\int (4 - 5x) \sin \frac{3x}{2} dx$ .

2. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = 4 - x^2$ ,  $y = \frac{4 - x^2}{2}$  и горизонтальной прямой, проходящей через точку  $(-1; 3)$ .

3. Решить задачу Коши: 
$$\begin{cases} y'' + 6y' + 9 = 0, \\ y(0) = -2, y'(0) = -7. \end{cases}$$

4. Найти закон спроса  $y = y(p)$ , если он обладает постоянной эластичностью  $\eta = -0,5$ , и известно, что при цене ( $p$ ) в 4 у. е. приобретают 18 ед. товара.

**Показатели и критерии оценивания планируемых результатов освоения компетенций и результатов обучения, шкала оценивания**

Шкала оценивания		Формируемые компетенции	Индикатор достижения компетенции	Критерии оценивания	Уровень освоения компетенций
85 – 100 баллов	«отлично»	ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1. Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных	<b>Знает верно и в полном объеме:</b> ✓ методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях <b>Умеет верно и в полном объеме:</b> ✓ работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных экономических задач; ✓ рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы; ✓ представить наглядную визуализацию данных	Продвинутый
70 – 84 баллов	«хорошо»	ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1. Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных	<b>Знает с незначительными замечаниями:</b> ✓ методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях <b>Умеет с незначительными замечаниями:</b> ✓ работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных экономических задач; ✓ рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы; ✓ представить наглядную визуализацию данных	Повышенный
50 – 69 баллов	«удовлетворительно»	ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1. Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных	<b>Знает на базовом уровне, с ошибками:</b> ✓ методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях <b>Умеет на базовом уровне, с ошибками:</b> ✓ работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения	Базовый

				<p>поставленных экономических задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы;</li> <li>✓ представить наглядную визуализацию данных</li> </ul>	
<p><b>менее 50 баллов</b></p>	<p><b>«неудовлетворительно»</b></p>	<p><b>ОПК-2.</b> Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач</p>	<p><b>ОПК-2.1.</b> Использует основные методы, средства получения, представления, хранения и обработки статистических данных</p>	<p><b>Не знает на базовом уровне:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ методы поиска и систематизации информации об экономических процессах и явлениях</li> </ul> <p><b>Не умеет на базовом уровне:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ работать с национальными и международными базами данных с целью поиска информации, необходимой для решения поставленных экономических задач;</li> <li>✓ рассчитывать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы;</li> <li>✓ представить наглядную визуализацию данных</li> </ul>	<p><b>Компетенции не сформированы</b></p>